Zeitschrift
des
österreichischen Ingenieur-Vereines.

Von dieser Zeitschrift erscheinen jährlich 24 Nummern in 30 bis 36 Bogen und 24—30 Blättern Zeichnungen. — **Bestellungen** nehmen alle Buchhandlungen des In- und Auslandes an. Der halbe Jahrgang kostet 3 fl. C. M., der ganze Jahrgang 6 fl., mit Postversendung 6 fl. 36 kr. C. M.

Ankündigungen, welche dem Zwecke der Zeitschrift entsprechen, werden aufgenommen und vorhinein erbeten. Einrückungsgebühr für die gebrochene Petitzeile für einmal 4 kr., für zweimal 6 kr., für dreimal 8 kr. C. M.
Adresse:
Tuchlauben Nr. 562.

VIII. Jahrgang.

№ 13. u. 14. **Wien, im Juli.** **1856.**

Inhalt: Die Cubatur elliptischer Ringe; von K. Schönbichler. — Analyse der Polygone; von F. Paul. — Notiz über H. D. Schmid's k. k. landesbefugte Maschinenfabrik. — Auszüge aus den Verhandlungen des Institution of Civil-Engineers in London (Schluß) u. z.: Ueber eiserne Träger; Zustand der Themse; Kopfrechnen; über Ursachen der Dampfkessel-Explosionen, von W. Kemble Hall. — Inserate. — Uebersicht der in Oesterreich verliehenen k. k. Privilegien.

Anmerkung. Das zugehörige Zeichnungsblatt 5 liegt bei; das noch bezügliche Blatt 4 ist mit der letzten Nummer bereits ausgegeben worden.

Die Cubatur elliptischer Ringe.

Von
Karl Schönbichler.

(Hierzu Fig. 29 und 30 auf Blatt 5.)

Die Guldin'sche Regel ist jedem bekannt, der ein Elementarbuch der Mechanik gelesen hat. Diese Regel hat Manche veranlaßt zu glauben, daß der Inhalt aller Körper, welche durch rotationsähnliche Bewegung einer Fläche in irgend einer krummen Linie entstehen, gleich sei: „Der Rotationsfläche multiplicirt mit dem Wege, den ihr Schwerpunkt beschreibt."

Dieser Satz, den auch Leibnitz behauptet haben soll*), erleidet jedoch eine Einschränkung, sobald man sich die Art der Rotation deutlich macht. Bleibt die Rotationsfläche in jedem Punkte senkrecht auf der krummen Linie, die ihr Schwerpunkt beschreibt, so ist der Satz vollkommen richtig. Bleibt aber die Rotationsfläche nicht überall senkrecht auf der Bahn ihres Schwerpunktes, so findet auch der Satz nicht mehr Statt. Dieser Fall, daß die Erzeugungs- oder Rotationsfläche nicht senkrecht bleibt auf dem Wege ihres Schwerpunktes, findet bei allen jenen ringförmigen Körpern Statt, deren krumme Begrenzungen durchweg Ellipsen sind.

Man denke sich ein elliptisches Tonnengewölbe, welches nach einer ununterbrochenen Ellipse (nicht aus tangirenden Kreisbögen) construirt ist, so wird jede Durchschnittsfläche ABCD oder A'B'C'D' Fig. 29, des nach der Länge durch die kleine Achse durchschnittenen Gewölbes, von zwei elliptischen Quadranten AC, BD oder A'C', B'D' begrenzt sein. Es sind also die krummen Kanten des Körpers AB A'B' C'D' CD Ellipsen.

Hier entsteht zunächst die Frage, wie muß sich die Rotationsfläche CD C'D' bewegen, oder welche Lage muß sie in jedem Punkte ihres Schwerpunktsweges P'P annehmen, damit diese krummen Kanten AC, BD oder A'C', B'D' wirklich Ellipsen werden? Zur Vereinfachung dieser Untersuchung betrachte man vorläufig nur die abgesonderte Fläche ACH (Fig. 30), die einen elliptischen Quadranten vorstelle. Man führe aus irgend einem Punkte E der Peripherie CA, an die kleine Achse CC^o eine Gerade EG von der Länge der großen Halbachse $AH = a$, also $EG = a$, so wird diese von der AH in irgend einem Punkte F geschnitten, und die EF ist gleich der kleinen Halbachse ($CH = b$) oder es ist $EF = b$. In dieser Lage der Geraden EG liegt jeder ihrer Punkte E' in einer Ellipse, deren Halbachsen $a - d$ und $b - d$ sind, wenn der Abstand dieses Punktes (E') vom Umfange der Ellipse $EE' = d$ gesetzt wird. Dieser Satz findet sich in den meisten Lehrbüchern der analytischen Geometrie; in den älteren jedoch nicht, daher mag hier sein Beweis Platz finden.

Man nenne den Winkel $E'GD = \varphi$, ziehe auf AH die Senkrechte E'O und betrachte $OH = x$ und $E'O = y$ als die Ordinaten des Punktes E'. Es ist $OH = x = E'G \times \sin\varphi$ und $E'O = y = E'F \times \cos\varphi = E'F \times \sqrt{1 - \sin^2\varphi}$, und weil $\sin\varphi = \frac{x}{E'G}$, so erhält man auch

$$y = E'F \sqrt{1 - \frac{x^2}{\overline{E'G}^2}} = \frac{E'F}{E'G} \sqrt{\overline{E'G}^2 - x^2}$$

und dieses ist offenbar eine Gleichung der Ellipse von der großen Halbachse E'G, der kleinen Halbachse E'F, mit dem Anfangspunkte der auf der großen Achse genommenen Abscissen x vom Mittelpunkte der Ellipse. Es ist aber

$E'G = EG - EE' = a - d$ und $E'F = EF - EE' = b - d$.

Wenn man daher $AB = CD = d$ macht und über den Halbachsen $BH = a - d$ und $DH = b - d$ eine Ellipse DE'B beschreibt, so wird der Punkt E' in dieser Ellipse liegen; der Punkt E' wurde aber bloß in der Geraden $EG = a$ in einer Entfernung $EE' = d$ von E angenommen und von ihm behauptet, daß er in der Ellipse der Halbachsen $a - d$ und $b - d$ liegen müsse. Die Behauptung ist also durch die Gleichung

$$y = \frac{E'F}{E'G} \sqrt{E'G^2 - x^2} = \frac{b-d}{a-d} \sqrt{(a-d)^2 - x^2}$$

erwiesen. Wenn sich daher in der Ebene zweier zu einander senkrechten Linien AH und C_oC, eine Gerade EG so fortbewegt, daß ein Punkt G immer in der C_oC und ein anderer Punkt F immer in der andern Senkrechten AH bleibt, so beschreibt jeder Punkt der bewegten Geraden EG einen elliptischen Bogen. Denkt man sich nun den elliptischen Flächenring CDBA durch die Rotation der Linie EE' erzeugt, so wird bei dieser Rotation die EE' nirgends, außer in den Scheiteln D und B, senkrecht auf dem Wege des Punktes E' oder der Ellipse DE'B stehen. Denn EF ist gleich der kleinen Halbachse $CH = b$, jede Normale, wie EN, ist aber kleiner als b sobald sie nicht selbst durch den Scheitel C geführt wird; wenn aber EF und EN ungleich groß sind, so können auch nicht beide dieselbe Richtung haben, also hat die EF somit auch das Stück EE' davon, nicht die Richtung der

*) Man sehe hierüber Kästners Mathematik, respective seine Integralrechnung.

Normale. Ein elliptischer Flächenring CDBA kann also nicht durch die senkrechte Lage der Rotationslinie EE' auf die eine oder andere Ellipse CEA oder DE'B erklärt werden. Man kann aber aus eben diesem Grunde auch nicht sagen, daß die, einen elliptischen Flächenring einschließenden Ellipsen CEA und DE'B parallel wären; weßwegen auch „parallele Ellipsen" nicht zur Erklärung eines elliptischen Flächenringes genannt werden können. Will man diesen Flächenring genetisch erklären, so kann man nur sagen: er entstehe durch die Rotation jeden Stückes EE' einer Geraden EG, welche sich mit einem ihrer Punkte auf irgend einer geraden Linie CC^0 fortbewegt, während ein anderer unveränderlicher ihrer Punkte F stets in einer, auf der ersten CC^0 sich senkrecht befindenden Linie HA verbleibt.

Man denke sich nun die EE' als Seite oder Durchschnittslinie einer ebenen begrenzten Fläche, welche bei der Rotation immer senkrecht auf der Ebene des elliptischen Quadranten AEC bleiben soll, so wird diese begrenzte Fläche gleichfalls einen Ring erzeugt haben, der ein elliptischer körperlicher Ring heißen soll.

Nachdem nun die Entstehung und die Merkmale derjenigen Körper, die hier schlechtweg elliptische Ringe genannt werden, genugsam erklärt sind, folge ihre Inhaltsbestimmung. Der einfachste dieser Ringe und gleichsam das Körperelement aller, ist jener in Fig. 29 dargestellte (in einer orthagonalen Projection, jedoch die Bildebene über Eck geneigt), nämlich ein elliptischer Ring, welcher durch die Rotation eines Rechteckes CDC'D' entsteht. Dieser elliptische Ring ABCDC'D'A'B' ist offenbar nichts anderes als ein rechtes, in der Höhe CC' senkrecht abgeschnittenes Prisma von der Grundfläche ABCD oder A'B'C'D', und daher seinem Inhalte nach gleich dem Producte aus seiner Grundfläche in seine Länge DD' oder CC'.

Die Grundfläche ABCD (ein elliptischer Flächenring) läßt sich, wenn $AB = CD = d$, $HB + \frac{BA}{2} = a'$ und $HD + \frac{DC}{2} = b'$ gesetzt wird, durch die Formel $ABCD = \frac{\pi}{4} \cdot d\,(a' + b')$ vorstellen.

Denn, der elliptische Quadrant ACH, ist im Flächenraume

$$ACH = AH \times CH \times \frac{\pi}{4},$$

der Quadrant

$$BDH = BH \times HD \times \frac{\pi}{4},$$

also der Unterschied beider Quadranten, oder der elliptische Flächenring

$$ABCD = \frac{\pi}{4}\,(AH \times CH - BH \times HD);$$

man setze $AH = BH + BA$ und $CH = DH + DC$, so wird

$$AH \times CH = (BH + BA)\,(DH + DC)$$
$$= BH \times DH + BH \times DC + BA \times DH + BA \times DC;$$

es wird also

$$AH \times CH - BH \times HD = BH \times DC + BA \times DH + BA \times DC$$

und, wenn man $DC = AB = d$ setzt

$$ABCD = \frac{\pi}{4}\,(BH + DH + d)\,d$$

und für

$$BH + \frac{d}{2} = BH + \frac{AB}{2} = a', \text{ und}$$

$$DH + \frac{d}{2} = DH + \frac{CD}{2} = b'$$

$$ABCD = \frac{\pi}{4} \cdot d\,(a' + b').$$

Der elliptische Flächenring von der Rotationslinie d und den Abständen $a' = MH$ und $b' = NH$ der Mittelpunkte der d an den Scheiteln der großen und kleinen Achse der Ellipse, ist also gleich groß im Flächeninhalt, mit einem kreisförmigen Flächenringe ABC''D'', in welchem der Mittelpunkt M der Rotationslinie $AB = d$ einen Kreisbogen MN' vom Halbmesser $MH' = \frac{MH + HN}{2} = \frac{a' + b'}{2}$ beschreibt. Denn der Quadrant dieses kreisförmigen Ringes wird sein

$$ABD''C'' = \frac{2\pi}{4}\left(\frac{a' + b'}{2}\right) d = \frac{\pi}{4}\,(a' + b')\,d.$$

Der körperliche Inhalt des halben elliptischen Tonnengewölbes (Fig. 29) ist daher

$$ABCD\,A'B'C'D' = ABCD \times CC' = d\,\frac{\pi}{4}\,(a' + b')\,l = \frac{\pi}{2}\left(\frac{a' + b'}{2}\right)F,$$

wenn man $AB = d$, $HM = a'$, $HN = b'$, seine Länge $CC' = l$ und den constanten Querschnitt des Gewölbebogens oder das Rechteck $CC'DD' = d \,.\, l = F$ setzt. Man verzeichne in die Rotationsflächen CC'DD' und AA'BB' die Mittel- oder Schwerpunkte P und P' und führe die Senkrechten PP_0 und $P'P_0$ auf die Achse des Ringes HH', welche, zum Unterschied der Achsen AH und HC der Ellipse, die Rotationsachse des Ringes genannt werden soll; so ist $PP_0 = NH = b'$ und $P'P_0 = MH = a'$. Betrachtet man nun die Formel $4F\,\frac{\pi}{2}\left(\frac{a' + b'}{2}\right) = 2\pi\left(\frac{a' + b'}{2}\right)F$ gerade so, als ob sie für den Inhalt eines kreisringförmigen Körpers (eines vollständigen Guldin'schen Ringes) gälte, so kann man sagen: Jeder vollständige elliptische Ring (aus 4 Quadranten), dessen Rotationsfläche ein Rechteck ist und dessen ein Seitenpaar (CC', DD') mit der Rotationsachse parallel läuft: ist dem Inhalte nach gleich einem Guldin'schen Ringe, den dieselbe Rotationsfläche in einem Abstande ihres Schwerpunktes von der Ringachse beschreibt, der $\frac{a' + b'}{2}$ beträgt, d. i. die halbe Summe aus den Abständen des Schwerpunktes der Rotationsfläche von der Rotationsachse des elliptischen Ringes im Scheitel der großen und kleinen Achse.

Gestützt auf diesen Satz gehe man nun einen Schritt weiter und denke sich die Rotationsfläche aus zwei Rechtecken bestehend, deren jedes unter sich und zur Rotationsachse des elliptischen Ringes parallele Seitenpaare habe; nenne den Flächenraum des einen Rechteckes F', den des andern F''; den Abstand der Schwer- oder Mittelpunkte dieser Flächen von der Rotationsachse an den Scheiteln der großen und kleinen Halbachse des elliptischen Quadranten, beziehungsweise a' b' und a'' und b'', so ist der Inhalt eines vollständigen elliptischen Ringes E_2 (durch alle 4 Quadranten), welcher durch beide Rechtecke F' und F'' erzeugt wird, nach dem zuletzt ausgesprochenen Lehrsatze

$$E_2 = F'\,2\pi\left(\frac{a' + b'}{2}\right) + F''\,2\pi\left(\frac{a'' + b''}{2}\right)$$
$$= 2\pi\left(\frac{a' + b'}{2}F' + \frac{a'' + b''}{2}F''\right).$$

Betrachtet man nun auch die Formel E_2 wieder als einem Guldin'schen (kreisförmigen) Ringe geltend, so ist leicht einzusehen, daß $\frac{a' + b'}{2}F' + \frac{a'' + b''}{2}F''$, als die Summe zweier Momente, durch ein einziges Moment $\left(\frac{a_2 + b_2}{2}\right)(F' + F'')$ dargestellt werden kann, in welchem $\frac{a_2 + b_2}{2}$ der Abstand des gemeinschaftlichen Schwerpunktes der beiden Rotationsflächen $(F' + F'')$ von der Rotationsachse des Guldin'schen Ringes ist.

Denn es ist

$$\frac{a' + b'}{2} F' + \frac{a'' + b''}{2} F'' = \frac{\left(\frac{a' + b'}{2} F' + \frac{a'' + b''}{2} F''\right)(F' + F'')}{(F' + F'')}$$

und der Factor $\frac{\left(\frac{a' + b'}{2}\right) F' + \left(\frac{a'' + b''}{2}\right) F''}{(F' + F'')}$ enthält offenbar den Abstand des Schwerpunktes der Gesammtfläche $(F' + F'')$ von der Rotationsachse; bezeichnet man also diesen Abstand mit $\frac{a_2 + b_2}{2}$, so ist in der That $\frac{a' + b'}{2} F' + \frac{a'' + b''}{2} F'' = \left(\frac{a_2 + b_2}{2}\right)(F' + F'')$.

Betrachtet man aber die Formel

$$E_2 = \pi\,[(a' + b')\,F' + (a'' + b'')\,F'']$$

auch unabhängig von der Bedeutung eines kreisförmigen oder Guldin'schen Ringes, so kann man ihr doch folgende Form geben

$$E_2 = \pi\,[(a'F' + a''F'') + (b'F' + b''F'')] =$$

$$= \pi\left[\frac{(a'F' + a''F'')(F' + F'')}{F' + F''} + \frac{(b'F' + b''F'')(F' + F'')}{F + F''}\right],$$

worin aber $\frac{a'F' + a''F''}{F' + F''}$ den Abstand des Schwerpunktes der Gesammt-Rotationsfläche $(F' + F'')$ im Scheitel der großen Halbachse der Ellipse, von der Rotationsachse des elliptischen Ringes enthält, und eben so ist $\frac{b'F' + b''F''}{F' + F''}$ der Abstand des Schwerpunktes der $(F' + F'')$ im Scheitel der kleinen Halbachse der Ellipse von derselben Rotationsachse. Und wird für den einen Abstand $\frac{a'F' + a''F''}{F' + F''} = a_2$ und für den andern $\frac{b'F' + b''F''}{F' + F''} = b_2$ geschrieben, so ist abermals

$$E_2 = \pi\,[a_2\,(F' + F'') + b_2\,(F' + F'')] = 2\pi\left(\frac{a_2 + b_2}{2}\right)(F' + F'').$$

Es ist also auch ein elliptischer Ring, dessen Rotationsfläche aus zwei rechteckigen Elementen F' und F'' besteht, gleich einem Guldin'schen Ringe von derselben Gesammt-Rotationsfläche, welche den Schwerpunktsweg mit dem Halbmesser $\frac{a_2 + b_2}{2}$ beschreibt, wenn unter a_2 der mittlere Abstand der Rotationsfläche $(F' + F'')$ im Scheitel der großen Halbachse, und unter b_2 der mittlere — oder Schwerpunktsabstand — dieser Fläche im Scheitel der kleinen Achse, von der Rotationsachse des elliptischen Ringes verstanden wird.

Besteht nun die Rotationsfläche eines elliptischen Ringes aus n Elementen (Rechtecken, bei welchen jedesmal ein Seitenpaar mit der Rotationsachse parallel läuft), und F_{n-1} bezeichnet den Flächenraum von $(n - 1)$ Elementen, so wie weiters a_{n-1} den Abstand ihres gemeinschaftlichen Schwerpunktes von der Rotationsachse des Ringes im Scheitel der großen Halbachse, und b_{n-1} eben diesen Abstand im Scheitel der kleinen Halbachse, endlich E_{n-1} den Inhalt des elliptischen Ringes von der Rotationsfläche F_{n-1}, und wird vorausgesetzt, es finde (hypothetisch) noch die analoge Gleichung

$$E_{n-1} = \pi\,(a_{n-1} + b_{n-1})\,F_{n-1} \qquad \text{(I)}$$

Statt; so wird, wenn das nte Flächenelement der Rotationsfläche mit F' mit seinen bezüglichen angehörenden Schwerpunktsabständen a' und b' hinzukommt, nach dem letzten Satze der Inhalt E_n des aus n Elementen erzeugten elliptischen Ringes

$$E_n = \pi\,[(a_{n-1} + b_{n-1})\,F_{n-1} + (a' + b')\,F']$$
$$= \pi\,[(a_{n-1}\,F_{n-1} + a'F') + (b_{n-1}\,F_{n-1} + b'F')]$$

oder

$$E_n = \pi\left[\frac{(a_{n-1}\,F_{n-1} + a'F')}{F_{n-1} + F'}(F_{n-1} + F') + \frac{(b_{n-1}\,F_{n-1} + b'F')}{F_{n-1} + F'}(F_{n-1} + F')\right] \text{ sein.} \qquad \text{(II)}$$

Es ist aber $\frac{a_{n-1}\,F_{n-1} + a'F'}{F_{n-1} + F'} = a_n$ der Abstand, des Schwerpunktes in der Gesammt-Rotationsfläche $F_{n-1} + F' = F_n$ im Scheitel der großen Halbachse von der Rotationsachse, und $\frac{b_{n-1}\,F_{n-1} + b'F'}{F_{n-1} + F'} = b_n$ der gleichnamige Abstand im Scheitel der kleinen Achse. Diese einfacheren Symbole in die Gleichung (II) eingeführt, geben:

$$E_n = \pi\,(a_n + b_n)\,F_n. \qquad \text{(III)}$$

Wenn also für den Cubikinhalt E_{n-1} eines elliptischen Ringes, dessen Rotationsfläche aus $(n - 1)$ rechteckigen zur Rotationsachse parallel laufenden Elementen besteht, die Gleichung

$$E_{n-1} = \pi\,(a_{n-1} + b_{n-1})\,F_{n-1}$$

gilt: so gilt für einen, durch eine Rotationsfläche von n solchen Elementen erzeugten Ring für dessen Cubikinhalt jederzeit auch die analoge Gleichung $E_n = \pi\,(a_n + b_n)\,F_n$.

Die Giltigkeit der Formel (I) für ein und für zwei Elemente wurde bereits in dem Vorgehenden nachgewiesen, daher gilt sie nach (III) auch für 2 + 1 oder 3 Elemente, woraus von selbst die Giltigkeit der Formel (III) für je ein Element mehr, also überhaupt allgemein für jede Zahl der Elemente folgt.

Da diese Schlüsse für jeden ganzen Werth von n so fort bis ins Unendliche gelten, und jede Rotationsfläche sich immer in solche Elemente theilen läßt, die sämmtlich Rechtecke von unendlich kleiner Höhe sind, und parallel zur Rotationsachse laufende Seitenpaare haben: so läßt sich auch von jedem elliptischen Ringe von beliebiger Form seiner Erzeugungsfläche und deren unbedingten Lage gegen die Rotationsachse behaupten: daß sein körperlicher Inhalt gleich sei einem kreisförmigen Ringe (Guldin'schen Körper) derselben Rotationsfläche, deren Schwerpunkt einen Kreis vom Durchmesser $(a_n + b_n)$ beschreibt, wenn a_n den Schwerpunktsabstand der Rotationsfläche im Scheitel der großen Achse von der Rotationsachse, und b_n den gleichnamigen Abstand im Scheitel der kleinen Achse jeder den Ring begrenzenden Ellipse vorstellt.

Folgende Beispiele werden den Gebrauch der Formel (III) erläutern, die Bedeutung des eben ausgesprochenen Satzes beleuchten, und seine Richtigkeit ersichtlich machen.

Es sei (Fig. 29) das bei D rechtwinkelige Dreieck CDD' die Rotationsfläche eines elliptischen Ringes, wovon der Körper CDD'ABB' einen Quadranten des Ringes vorstellt, so ist der gesammte Inhalt des Ringes durch alle vier Quadranten

$$E_n = \pi\,(a_n + b_n)\,F_n = \pi\,(BH + \tfrac{1}{3}AB + DH + \tfrac{1}{3}AB)\,CDD'.$$

Denn es ist der Abstand des Schwerpunktes in der Rotationsfläche

ABB' von HH', $a_n = BH + \frac{1}{3}AB$, und der Abstand des Schwerpunktes in der gleichen Rotationsfläche CDD' von HH',

$$b_n = DH + \frac{1}{3}CD = DH + \frac{1}{3}AB.$$

Wäre hingegen das bei C' rechtwinkelige Dreieck CC'D' die Rotationsfläche eines elliptischen Ringes, wovon der Quadrant CD'C'AB'A' in der Figur sichtbar ist, so ist der Inhalt des ganzen elliptischen Ringes durch alle vier Quadranten

$$E_n = \pi(a_n + b_n) F_n = \pi\left(BH + \frac{2}{3}AB + DH + \frac{2}{3}AB\right) CC'D',$$

weil $a_n = H'B' + \frac{2}{3}A'B' = HB + \frac{2}{3}AB$ und

$b_n = D'H' + \frac{2}{3}D'C' = DH + \frac{2}{3}AB$ ist.

Addirt man die Werthe dieser beiden dreiseitigen elliptischen Ringe, so erhält man den Inhalt des ganzen, durch das Rechteck CC'DD' erzeugten elliptischen Ringes

$$= \pi\left[\left(BH + HD + \frac{2}{3}AB\right) CDD' + \left(BH + HD + \frac{1}{3}AB\right) CC'D'\right],$$

oder, weil das Dreieck CDD' dem Dreiecke CC'D' gleich sein soll, und jedes gleich $\frac{CD \times DD'}{2}$ ist, den vollständigen durch das Rechteck CC'DD' erzeugten elliptischen Ring auch

$$= \pi\left[\left(BH + \frac{AB}{2}\right) + \left(DH + \frac{AB}{2}\right)\right] CD \,.\, DD'$$

$$= \pi(MH + NH)\, CD \,.\, DD'$$

und der vierte Theil dieses Ringes, oder der in Fig. 29 ersichtliche körperliche elliptische Ringquadrant

$$AB\,A'B'\,CD\,C'D' = \frac{\pi}{4}(MH + NH)\, CD \times DD'.$$

Weil aber $\frac{\pi}{4}(MH + NH)CD$ der Flächenraum der elliptischen Ringfläche ABCD ist, so ergeben beide dreiseitige elliptische Ringquadranten als gesammten körperlichen Inhalt

$$CDD'ABB' + CD'C'A'AB' = ABA'B'CDC'D' = ABCD \times DD'.$$

Mithin ergibt der Körper ABA'B'CDC'D' jedesmal denselben Inhalt, man mag ihn — wie es im Anfang dieser Untersuchung geschehen mußte — als gerades senkrecht abgeschnittenes Prisma von der ringförmigen Grundfläche ABCD betrachten und berechnen, oder ihn ansehen als die Summe zweier elliptischer, dreiseitiger Ringe, die nach der Formel $\frac{1}{4}E_n = \frac{\pi}{4}(a_n + b_n)F_n$ gefunden werden.

Zum Schlusse dürfte es bezüglich zu diesem Gegenstande gehöriger Fragen am Orte sein, auf diesfällige, in gedruckten Schriften vorkommende Unrichtigkeiten um so mehr aufmerksam zu machen, als sie ausschließlich bestimmt sind, dem Geschäftsmanne als Leitfaden oder als Normen zu dienen. Zu diesem Behufe folge hier noch eine

Allgemeine Anmerkung zum Verständniß widersprechender, und zum Gebrauch annähernd richtiger Formeln für die Ellipse.

In Hönig's kunstgerechtem Baurathgeber findet sich zur Berechnung der Länge jeder vollständigen Ellipse die Formel $\pi(a + b)$, welche offenbar zu diesem Zwecke falsch ist. Die Länge eines elliptischen Bogens kann nur durch eine unendliche Reihe berechnet werden, wenn man anders nicht — zur Ersparung der Rechnung — eine Tafel der elliptischen Functionen benützen kann. Eine solche Reihe, durch die große und kleine Halbachse a und b ausgedrückt, gibt bekanntlich das Integral

$$4a\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi} =$$

$$= 2a\pi\left(1 - \frac{1.1}{2.2}k^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 - \frac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 - \dots\right)$$

für $k^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$. Es wäre also, bei der Annahme daß $\pi(a + b)$ oder $2a\pi \,.\, \frac{1}{2}\left(1 + \frac{b}{a}\right)$ die Länge einer ganzen Ellipse gibt, auch

$$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{b}{a}\right) = 1 - \frac{1.1}{2.2}k^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 - \dots$$

was offenbar unmöglich ist. Die Reihe gibt ganz genau, für $b = 0$, also $k^2 = \frac{a^2 - 0}{a^2} = 1$, den Werth $= \frac{2}{\pi}$, mithin für die ganze Länge der Ellipse $4a\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi} = 4a\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1 - \sin^2\varphi} =$ $4a\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \cos\varphi = 4a \sin\frac{\pi}{2} = 4a$, also den 4fachen Werth der großen Halbachse a, wie es sein muß. Die Formel $\pi(a + b)$ dagegen gibt für $b = 0$ als ganze Länge der Ellipse nicht $4a$, wie es sein soll, sondern $\pi(a + 0) = a\pi$, also beinahe um den vierten Theil zu klein.

Auffallend ist es, daß in dem besagten Buche die Formel $\pi(a + b)$ ganz allgemein für die Länge der ganzen Ellipse aufgestellt wird, ohne den Beisatz, daß sie diese Länge nur bei sehr geringer Excentricität, und dann nur beiläufig angibt; auch scheint diese Einschränkung gar nicht in der Absicht des Herausgebers gelegen zu sein. Hätte er eine bloß annähernde Formel für geringe Excentricitäten geben wollen, so wäre die Formel für den Umfang $U = 2a\pi\left(1 - \frac{1}{4}\frac{a^2 - b^2}{a^2}\right)$ aus dem ersten Gliede der eben mitgetheilten Reihe, noch immer genauer als die seinige.

Eine, für alle Fälle, wo $\frac{a^2 - b^2}{a^2}$ ein kleinerer Bruch als $\frac{1}{2}$ ist (also $k^2 < \frac{1}{2}$), ausreichend genaue Formel für den ganzen Umfang U der Ellipse, ist für $\sqrt{a^2 - b^2} = e$ folgende:

$$U = 2a\pi\left(1 - \left(\frac{e}{2a}\right)^2 - \left(\frac{e}{2a}\right)^4\right)$$

$$= 2a\pi\left[1 - \left(\frac{e}{2a}\right)^2\left(1 + \left(\frac{e}{2a}\right)^2\right)\right]$$

oder, für $\frac{e}{2a} = c = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2a}$

$$U = 2a\pi[1 - c^2(1 + c^2)].$$

Die für die meisten Fälle genügende Näherung dieser Formel erhellt aus Folgendem: Setzt man die Summe der Reihe

$$\frac{1}{4}k^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 + \frac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 + \dots = \Sigma k^2,$$

so ist ganz genau

$$U = 2a\pi(1 - \Sigma k^2).$$

Setzt man ferner für die Summe der Reihe aller Glieder vom dritten (also von $\frac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6$) angefangen $\Sigma' k^2$, so ist

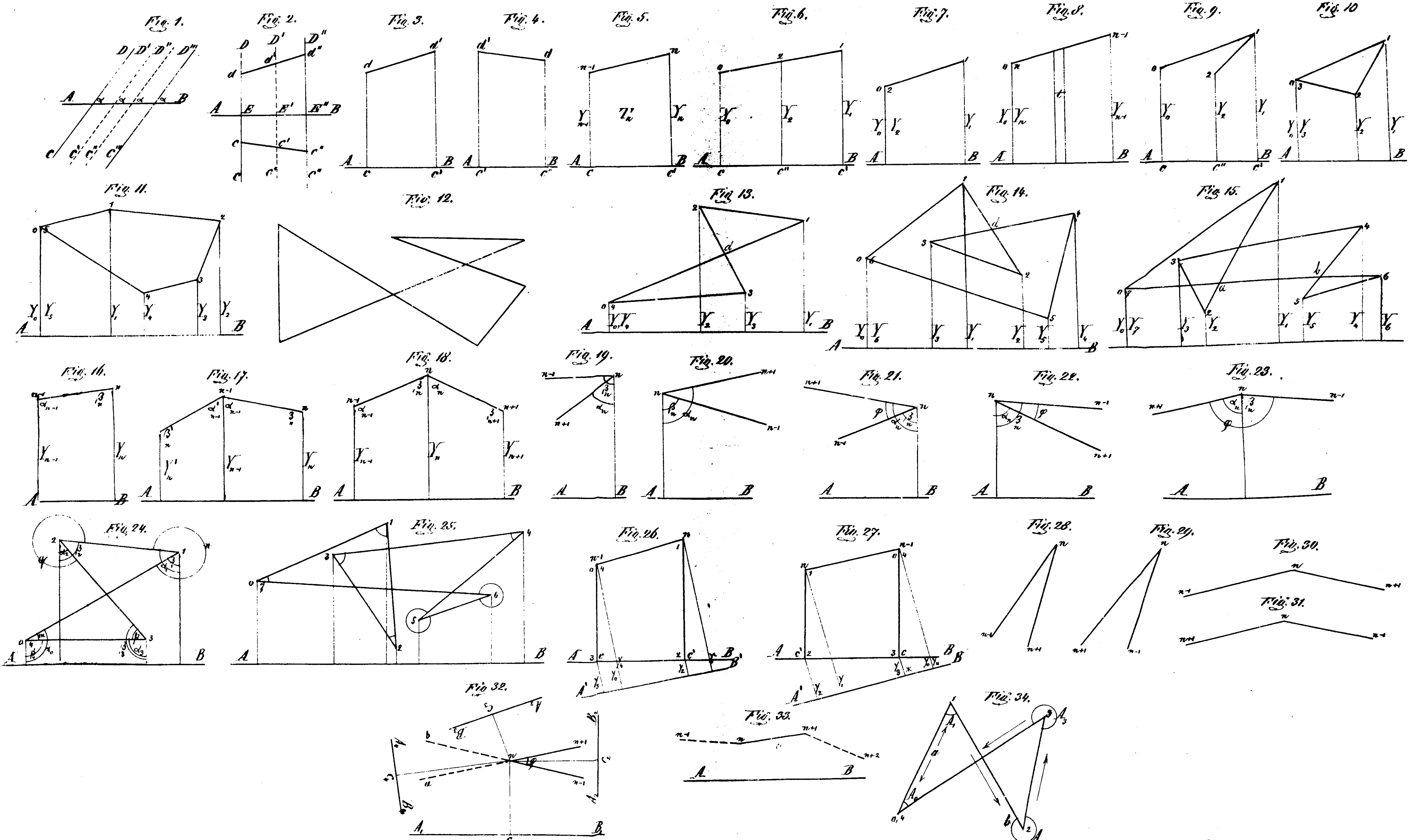
$$\Sigma k^2 = \frac{1}{4}k^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 + \Sigma' k^2.$$

Man nehme nun an, es sei $\Sigma' k^2 = \frac{1}{64}k^4$, so ist

$$U = 2a\pi(1 - \Sigma k^2) = 2a\pi\left(1 - \frac{1}{4}k^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 - \frac{1}{64}k^4\right)$$

$$= 2a\pi\left(1 - \frac{1}{4}k^2 - \frac{1}{16}k^4\right) = 2a\pi[1 - c^2(1 + c^2)]$$

sehr nahe, wenn man $\frac{k^2}{4} = \frac{a^2 - b^2}{4a^2} = c^2 = \left(\frac{e}{2a}\right)^2$ setzt.



Zeitschrift des oesterr. Ingenieur Vereins No. 13. u. 14. Jahrgang 1856

Um sich zu überzeugen, wie weit $\frac{1}{64}k^4$ von dem wahren Werthe $\Sigma' k^2$ abweicht, setze man einmal

$$\Sigma' k^2 = \tfrac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 (1 + k^2 + k^4 + k^6 + \ldots),$$

wofür, wenn k^2 nicht gar zu nahe $= 1$ ist, auch

$$\text{(I)} \qquad \Sigma' k^2 = \tfrac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 \times \frac{1}{1 - k^2}$$

gefünden wird; das andere mal dagegen

$$\Sigma' k^2 = \tfrac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6\left(1 + \frac{5.7}{8.8}k^2 + \left(\frac{5.7}{8.8}\right)^2 k^4 + \left(\frac{5.7}{8.8}\right)^3 k^6 + \ldots\right),$$

welches jederzeit, auch wenn $k = 1$ sein sollte,

$$\text{(II)} \qquad \Sigma' k^2 = \tfrac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 \times \frac{1}{1 - \frac{5.7}{8.8}k^2} \quad \text{gibt.}$$

Da nun der völlig richtige Werth von $\Sigma' k^2$ ganz bestimmt zwischen den Werthen I und II liegen wird, die Reihe I aber den größeren und II den kleineren Werth hat, so wird man in allen Fällen leicht finden, um wie viel die Reihe I größer, und II kleiner als $\frac{1}{64}k^4$ ist. Wäre aber $\frac{1}{64}k^4$ selbst schon größer als I, so geschieht dieses nur in jenen Fällen, wo k^2 ein kleinerer Bruch als $\frac{1}{2}$ ist, und dann ist $\frac{1}{64}k^4$ ganz gewiß schon so klein, daß der numerische Werth von $\Sigma k^2 = \frac{1}{4}k^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 + \ldots$ durch den Zuwachs von $\frac{1}{64}k^4$ keine (numerische) Aenderung von einiger Beträchtlichkeit mehr erleidet.

Wäre z. B. $k^2 = \frac{1}{2}$, so findet man nach (II)

$$\Sigma' k^2 = \tfrac{1}{256} \cdot \tfrac{80}{93}$$

und nach I

$$\Sigma' k^2 = \tfrac{1}{256} \cdot \tfrac{5}{4},$$

also weil $\frac{1}{64}k^4 = \frac{1}{256}$ ist, den Werth von $\frac{1}{64}k^4$ etwas kleiner als (I) und etwas größer als (II). Für $k^2 > \frac{1}{2}$ gibt jedoch die Formel $U = 2a\pi[1 - c^2(1 + c^2)]$ keinen genug genauen Werth mehr; solche Fälle kommen aber dem Techniker nur höchst selten vor.

Auf welchem Wege mag aber die unrichtige Formel für die Länge des elliptischen Umfanges $\pi(a + b)$ in die Ausübung allgemein geltend und zu diesem Vertrauen gelangt sein? Wahrscheinlich hat ein Geometer, der die Sache verstand, z. B. für den Inhalt eines elliptischen Tonnengewölbes (wie Fig. 29) die Formel $2\,ABCD\,A'B'C'D' = \frac{\pi}{2}(a + b)F$ gefunden, worin a den Abstand des Schwerpunktes P, und b den Abstand des Schwerpunktes P' von der Rotationsachse IIII', und F die Rotationsfläche CC' DD' vorstellt. Diese Formel ist für ihren Zweck ganz richtig, wie auch oben bewiesen wurde. Nun mag aber ein zweiter, weniger Verständiger nach der Guldin'schen Regel aus dem Inhalte des elliptischen Ringes $\frac{\pi}{2}(a + b)F$ (des elliptischen Tonnengewölbes) als Product durch die Division mit der Rotationsfläche F den von dem Schwerpunkte beschriebenen Weg $\frac{\pi}{2}(a + b)$ und daraus auch $\pi(a + b)$ als die Länge einer ganzen Ellipse richtig finden zu können geglaubt haben.

In der Formel $\frac{\pi}{2}(a + b)F$ — für das elliptische Gewölbe — stellt aber $\frac{\pi}{2}(a + b)$ den Schwerpunktsweg der Rotationsfläche F im elliptischen Ringe selbst, **nicht** vor, sondern es ist $\frac{\pi}{2}(a + b)$ bloß ein Längenfactor, von dem man sich allenfalls einbilden kann, er sei die halbe Peripherie eines Kreises vom Halbmesser

$\frac{a + b}{2}$; es ist also $\frac{\pi}{2}(a + b)$ ein Kreisbogen und nicht ein elliptischer Bogen.

Es soll übrigens diese Erinnerung den Werth des Hönig'schen kunstgerechten Baurathgebers nicht im Entferntesten schmälern, es bleibt deshalb in seiner Art sonst ein recht brauchbares Buch. Ob in der neuen Ausgabe dieses Buches der Irrthum über die Ellipse beseitigt ist, ist uns wohl unbekannt.

Ueber elliptische Bögen überhaupt, die nicht ganze Quadranten oder ganze Vielfache von Quadranten, sondern bloße Theile desselben sind (wie E'D oder E'B Fig. 30), findet sich weder in dem Hönig'schen Baurathgeber noch in einem anderen Hilfsbuche oder Vademecum für Ingenieure, etwas Brauchbares aufgestellt; und doch kommt die Rectification elliptischer Bögen nichts weniger als selten vor, zumal sich eine Menge Integrale der Mechanik auf sogenannte elliptische Functionen bringen lassen, die eben nichts anderes als solche Theile eines elliptischen Quadranten sind, oder sich doch in Reihen entwickeln lassen, die mit den Reihen für elliptische Bögen einerlei Form haben. Man nehme unter anderen „Moseleys Principien der Ingenieurkunst und Architektur" zur Hand — ein Buch — das sich von den vielen, auf wohlfeilen Ruhm berechneten, Versuchen, die schwierigen Probleme der angewandten Statik und Hydrostatik zu lösen, äußerst vortheilhaft unterscheidet: und man wird eine Menge Aufgaben durch Integrale gelöset finden, die sich auf elliptische Functionen bringen lassen. Der Herausgeber dieses Buches hat auch die Wichtigkeit dieser Functionen ganz und gar nicht gleichgiltig erachtet und eine kleine Tafel der elliptischen Functionen der ersten und zweiten Art beigefügt; freilich nur für vollständige elliptische Functionen oder solche, wo die Amplitude $\varphi = 90^\circ$ gesetzt wird. Dieser Fall, $\varphi = 90^\circ$, kommt aber bei Integralen, die sich auf solche Functionen bringen lassen, nur selten vor; und die Tafeln der unvollständigen elliptischen Functionen erfordern nur bei mittelmäßiger Genauigkeit schon einen so großen Raum, daß sie nicht wohl als bloßes Anhängsel eines technischen Hilfsbuches erscheinen können.

Vielleicht erweise ich manchem Leser einen Dienst, wenn ich hier ein paar Formeln angebe, um wenigstens die am häufigsten vorkommenden Functionen dieser Art, nämlich die Integrale

$$\int_0^\varphi d\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi} \quad \text{und} \quad \int_0^\varphi d\varphi \sqrt{1 - k^2 \cos^2\varphi}$$

auf eine bequeme Weise zu entwickeln. — Es ist

$$\int_0^\varphi d\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi} = \varphi - \tfrac{1}{2}k^2\int_0^\varphi d\varphi \sin^2\varphi - \frac{1.1}{2.4}k^2\int_0^\varphi d\varphi \sin^4\varphi - \ldots$$

und

$$\int_0^\varphi d\varphi \sqrt{1 - k^2 \cos^2\varphi} = \varphi - \tfrac{1}{2}k^2\int_0^\varphi d\varphi \cos^2\varphi - \frac{1.1}{2.4}k^2\int_0^\varphi d\varphi \cos^4\varphi - \ldots$$

Angenommen, daß k^2 nicht größer als $\frac{1}{2}$ ist, so vernachläßige man alle folgenden Glieder bis auf das erste und zweite; für die Integrale dieser beiden Glieder lassen sich aber folgende Ausdrücke aufstellen:

$$\int_0^\varphi d\varphi \sin^2\varphi = \varphi \cdot \tfrac{1}{2}\cos^2\varphi'$$

$$\int_0^\varphi d\varphi \sin^4\varphi = \tfrac{3}{4}\cos^2\varphi''\int d\varphi \sin^2\varphi = \varphi \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{3}{4} \cdot \cos^2\varphi' \cos^2\varphi'',$$

worin $\cos^2\varphi'$ und $\cos^2\varphi''$ später erklärte Bezeichnungen sind, mithin erhält man

$$\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} = \varphi\left(1-\frac{1.1}{2.2}k^2\cos^2\varphi' - \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\cos^2\varphi''\cos\varphi' - \ldots\right)$$

und wenn man nach derselben Betrachtung, welche bei der Formel für die Länge der ganzen Ellipse angestellt wurde, $\frac{1}{16}$ statt $\frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2$, nämlich $\frac{1}{64}k^4\cos^2\varphi'\cos^2\varphi''$ statt der Summe aller nachfolgenden Reihenglieder annimmt und $\frac{k^2}{4}=c^2$ setzt

$$\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} = \varphi\,[1-c^2\cos^2\varphi'(1+c^2\cos^2\varphi'')]. \quad (1)$$

Setzt man, um Verwechslungen der Größen φ, φ', φ'' für einen andern Fall zu vermeiden, in dem Integral $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\cos^2\varphi}$ statt φ das Zeichen ψ, so ist aus ähnlichen Gründen

$$\int_0^\varphi d\psi\sqrt{1-k^2\cos^2\psi} = \psi\,[1-c^2\sec^2\psi'(1+c^2\sec^2\psi'')]. \quad (2)$$

Die Functionen $\cos^2\varphi'$, $\cos^2\varphi''$, dann $\sec^2\psi'$, $\sec^2\psi''$ haben folgende Bedeutungen: es ist $\cos^2\varphi' = 1-\frac{\sin 2\varphi}{2\varphi}$ und, wenn man demnach $\frac{\sin 2\varphi}{2\varphi}=\sin^2\varphi'$ setzt $\cos^2\varphi''=1-\frac{2}{3}\sin^2\varphi\,.\,\mathrm{tang}^2\varphi'$.

Dagegen ist

$\sec^2\psi' = 1+\frac{\sin 2\psi}{2\psi}$ und, wenn demnach $\frac{\sin 2\psi}{2\psi}=\mathrm{tang}^2\psi'$ ist,

$$\sec^2\psi'' = 1+\tfrac{2}{3}\cos^2\psi\sin^2\psi'.$$

In diesen vier Gleichungen sind die Stammgrößen φ und ψ von den abgeleiteten Größen φ', φ'' und ψ', ψ'' wohl zu unterscheiden; die letzteren sind Functionen der ersteren.

Es würde über die Grenzen der für die Erweiterung der allgemeinen praktischen und theoretischen Erkenntnisse des Ingenieurs gegründeten Zeitschrift hinausführen, wollten hier dem Leser die Gründe dieser Gleichungen für $\cos^2\varphi'$, $\cos^2\varphi''$; $\sec^2\psi'$, $\sec^2\psi''$ weitläufig entwickelt werden; ist er in der Integralrechnung ziemlich bewandert, so findet er sie ohne Mühe, wenn nicht, so kann er das Nähere in einer Abhandlung der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien, und zwar in den Sitzungsberichten XVI. Band, II. Heft vom Mai 1855, in dem Artikel: „Die Complanation des schiefen Kegels ꝛc." nachlesen. — Hier mag nur noch der Zusammenhang der Integrale $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}$ und $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\cos^2\varphi}$, welche elliptische Functionen der zweiten Art sind, mit den elliptischen Bögen oder Theilen eines elliptischen Quadranten ersichtlich gemacht werden.

Daß das erstere Integral $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}$, wenn es mit a multiplizirt und $k^2=\frac{a^2-b^2}{a^2}$ gesetzt wird, nichts anderes als den Längenwerth des Bogens E'D (Fig. 30) gibt, ist schon oben erklärt worden, und es ist die Veränderliche φ nichts anderes als der natürliche Kreisbogen (vom Halbmesser 1) des Winkels E'GD. — Aber auch das andere Integral $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\cos^2\varphi}$ ist nichts anderes als der Längenwerth eines elliptischen Bogens, jedoch eines solchen, wie BE', welcher, vom Scheitel B der großen Achse an, wächst. Setzt man nämlich $BO = x$, $OE' = y$ und Winkel $E'FB = \psi$; so ist $BO = x = a - OH = a - E'G \sin E'GD = a - a\cos\psi$, und $OE' = E'F\sin\psi = b\sin\psi$, denn die Gerade E'G soll $= a$, also $E'F = b$ sein. Nun ist aber bekanntlich das Differential eines jeden Bogens einer krummen Linie $ds^2 = dx^2 + dy^2$, also $s = \int\sqrt{dx^2+dy^2}$; im gegenwärtigen Fall ist aber $dx = d(a - a\cos\psi) = a\,d\psi\sin\psi$ und $dy = b\,d\psi\cos\psi$, mithin

$$s = \int_0^\psi d\psi\sqrt{a^2\sin^2\psi + b^2\cos^2\psi} = \int_0^\psi a\,d\psi\sqrt{1-\frac{a^2-b^2}{a^2}\cos^2\psi}$$

$$= a\int_0^\psi d\psi\sqrt{1-k^2\cos^2\psi},$$

also stellt dieses, aber anders bezeichnete Integral $\int d\varphi\sqrt{1-k^2\cos^2\varphi}$ nichts anderes vor, als den Bogen einer Ellipse, jedoch vom Scheitel der großen Achse B gemessen. — Man kann daher mit Hilfe der Formeln (1) und (2) jeden elliptischen Bogen, vom Scheitel der kleinen oder großen Achse an wachsend, rectificiren; und weil jedes dieser Integrale für $x = 0$ auch $\varphi = 0$, und somit den Werth der ganzen Integrale $= 0$ gibt, so kann auch außer den obigen drei Gliedern der Formeln (1) und (2) weiter keine constante Reihe Platz greifen. Beide Formeln lassen sich, gleich wie die Formel

$$U = 2a\pi(1 - c^2(1+c^2))$$

der ganzen Ellipse, abermals mit Hilfe der Logarithmen der Sinus und Tangenten entwickeln.

Setzt man nämlich: $c\,.\,\cos\varphi'' = \mathrm{tang}\,\alpha$, so wird

$$1 - c^2\cos^2\varphi'(1+c^2\cos^2\varphi'') = 1 - \frac{c^2\cos^2\varphi'}{\cos^2\alpha}$$

und setzt man ferner $\frac{c\,.\,\cos\varphi'}{\cos\alpha} = \sin\beta$ so wird

$$\int_0^\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} = \varphi\,.\,\cos^2\beta$$

und auf ähnliche Art läßt sich auch $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\cos^2\varphi}$ behandeln.

Es ist hierbei zu bemerken, daß die Annäherungsformeln (1) und (2) zur Rectification elliptischer Bögen sich fast noch besser eignen, als die Formel $U = 2a\pi(1 - c^2(1+c^2))$ zur Rectification der ganzen Ellipse, denn bei nicht sehr großen Winkeln φ und ψ convergiren ihre Reihen mit weniger Gliedern schon sehr stark, sobald $k^2 < \frac{1}{2}$ gegeben ist.

Analyse der Polygone

von

Friedrich Paul,

Ingenieur-Assistent des Wiener Stadtbauamtes.

(Hierzu Zeichnungsblatt 5.)

Der Verfasser legt in gegenwärtiger Abhandlung dem wissenschaftlichen Publicum eine Theorie über Entstehung, Flächenausdehnung und Winkel der Polygone vor, und dieselbe dürfte in der erlangten Ausbildung geeignet erachtet werden, als Gegenstand der Elementar-Geometrie Eingang in die betreffenden Lehrbücher zu finden.

I. Entstehung einer ebenen geradlinigten Figur.

1. Eine unbegrenzte Ebene wird beschrieben, wenn sich eine unendliche Gerade längs einer zweiten solchen parallel bewegt. Erstere Gerade ist die Erzeugungslinie, letztere die Leitlinie.

Dieser Entstehungsweise liegt die einfachste, nämlich parallele Bewegung der erzeugenden Geraden zu Grunde, und kein Punkt der entstehenden Ebene wird dabei mehr als ein Mal beschrieben. Die Erzeugungslinie beschreibt daher die Ebene qualitativ und quantitativ.

Die Größe einer Ebene ist sofort der Weg, welchen die Erzeugungslinie während der Beschreibung durchläuft.

2. Eine nach rechts gerichtete Bewegung der erzeugenden Geraden sei als positiv angesehen. Die Ebene, welche den Weg jener Geraden bezeichnet, bildet sofort eine positive Größe.

Hiernach ist eine links gerichtete Bewegung und die auf solche Weise entstandene Ebene negativ.

Um in Bezug dessen, was bei gedachten Bewegungen als rechts und links anzusehen ist, etwas Bestimmtes anzunehmen, sei die Entscheidung hierüber immer auf ein Betrachten der Figur nach aufrecht stehender Buchstabenbezeichnung basirt.

3. In Fig. 1 ist:

AB die leitende,

CD die erzeugende Gerade,

C'D', C''D'', C'''D''' ... mehrere Lagen derselben, und die beschriebene Ebene die Zeichnungsebene.

Der Winkel α, welcher die erzeugende und die leitende Gerade einschließt, ist beliebig; wird jedoch im Folgenden der Einfachheit halber immer als rechter Winkel angenommen.

Die Bewegungsrichtung ist nach dem in (2) Festgestellten eine rechts gerichtete, also positive; und insofern die Geraden AB und CD unendlich sind, ist die Größe der gebildeten Ebene gleich dem bestrichenen positiven Wege der Erzeugungslinie CD, nämlich $= + \infty$.

4. Bewegt sich die erzeugende Gerade CD (Fig. 2) um eine endliche Strecke EE'', während zwei beliebige Punkte c und d ihren Ort in jener Erzeugungslinie allmälig so verändern, daß gleichzeitig mit der Ebene zwei Gerade cc'' und dd'' beschrieben werden; so entsteht eine allseitig begrenzte Ebene, nämlich das Trapez cc''d''d.

Die Entstehungsrichtung dieser Abgrenzungslinien cc'' und dd'' ist offenbar stets identisch mit der des Trapezes. Im gegenwärtigen Falle ist diese Richtung positiv (nach 2), demnach:

$$\text{Abgrenzungslinie}\left\{\begin{array}{ll} dd'' \ldots\ldots\ldots\ldots & \text{positiv,} \\ cc'' \ldots\ldots\ldots\ldots & \text{detto} \end{array}\right.$$

und der Weg der Erzeugungslinie CD innerhalb cc'' und dd'':

$= +$ Trapez cc''d''d.

5. In der Folge kommen nur solche Trapeze in Betracht, bei welchen die untere Abgrenzungslinie cc'' (Fig. 2) mit der Leitlinie AB zusammenfällt.

Derlei Trapeze sind Fig. 3 und Fig. 4; und zwar

in Fig. 3:

Richtung dd' .... positiv,

Trapez cc'd'd .... positiv;

in Fig. 4:

Richtung dd' .... negativ,

Trapez cc'd'd .... negativ.

6. In den weiteren Ableitungen sind der besseren Uebersicht wegen bestimmte Bezeichnungen festgehalten, nämlich:

Die Endpunkte der aufeinanderfolgenden Lagen der erzeugenden Geraden werden stets in der Ordnung mit den fortlaufenden Zahlen bezeichnet, welche die Richtung der Bewegung andeutet. In Fig. 5 z. B. geht diese Richtung von n — 1 nach n.

Die weiteren mit den Nummern n — 1 und n der Abgrenzungslinie in Verbindung stehenden Benennungen der Linien sind aus der Figur selbst leicht zu entnehmen.

Das gebildete Trapez ist sofort:

$$\text{Trap. } cc'n(n-1)c = \text{Trap. } Y_{n-1}Y_n = T_n.$$

7. In Fig. 6 war der Weg der erzeugenden Geraden oder Ordinate Y_0 von 0 bis 1 positiv, hierauf von 1 bis 2 negativ. Sonach ergibt sich

Abgrenzungslinie 0 1 .... $+$

„ „ 1 2 .... $-$

ferner übereinstimmend:

$$\text{Trap. } Y_0Y_1 = T_1 \ldots\ldots\ldots\ldots +$$

$$\text{Trap. } Y_1Y_2 = T_2 \ldots\ldots\ldots\ldots -.$$

Mithin der beschriebene Weg der Ordinate =

$$\Sigma T = T_1 + T_2 = \text{Trap. } Y_0Y_1 - \text{Trap. } Y_1Y_2 = + \text{ Figur } cc''20c.$$

8. In Fig. 7 hat die Ordinate einen vollständig rückgängigen Weg gemacht, daher auch das Resultat des Gesammtweges, nämlich die beschriebene Figur Null sein muß.

Man hat:

Abgrenzungslinie 0 1 .... $+$

„ „ 1 2 .... $-$

$$T_1 = + \text{ Trap. } Y_0Y_1$$

$$T_2 = - \text{ Trap. } Y_1Y_2,$$

wobei Y_0 und Y_2 identisch sind. Sonach die beschriebene Figur

$$\Sigma T = T_1 + T_2 = \text{Trap. } Y_0Y_1 - \text{Trap. } Y_1Y_2 = 0.$$

9. Wenn bei derselben Abgrenzungslinie (Fig. 8) die Ordinate vom Punkte 0 ausgehend die Bewegungsrichtung zu wiederholten Malen ändert, aber zuletzt wieder nach demselben Punkte n (identisch mit 0) zurückkehrt, so ist offenbar das Resultat des beschriebenen Weges Null, nämlich

$$\Sigma T = T_1 + T_2 + \ldots + T_{n-1} + T_n = 0;$$

denn jeder Streifen t, welchen man sich als integrirenden Theil irgend eines Trapezes T_x denken kann, wird positiv und negativ beschrieben.

10. In Fig. 9 ist das Endresultat des Weges der Ordinate:

$$\Sigma T = T_1 + T_2 = \text{Trap. } Y_0Y_1 - \text{Trap. } Y_1Y_2 =$$

dem Fünfecke c 0 1 2 c''.

11. In Fig. 10 hat man als beschriebenen Weg der Ordinate ein bloß von den Abgrenzungslinien gebildetes Dreieck, nämlich

$$\Sigma T = T_1 + T_2 + T_3 = \text{Trap. } Y_0Y_1 - \text{Trap. } Y_1Y_2 - \text{Trap. } Y_2Y_3$$

$$= \text{Dreieck } 0123.$$

12. Es ist klar, daß von der erzeugenden Ordinate jedes beliebige Polygon beschrieben werden kann, z. B. in Fig. 11

$$\Sigma T = T_1 + T_2 + \ldots + T_5 = \text{Trap. } Y_0Y_1 + \text{Trap. } Y_1Y_2 - \text{Trap. } Y_2Y_3 - \text{Trap. } Y_3Y_4 - \text{Trap. } Y_4Y_5 = \text{Fünfeck } 0\,1\,2\,3\,4\,5.$$

13. Ein gewöhnliches Polygon ist jenes, bei welchem keine Durchkreuzung der Seiten vorkommt. Derart ist das in Fig. 11 beschriebene.

Ein außergewöhnliches Polygon ist jenes, welches eine oder mehrere Durchkreuzungen der Seiten besitzt, wie Fig. 12.

14. In Fig. 13 wurde ein außergewöhnliches Polygon beschrieben. Darin ist

$$\Sigma T = T_1 + T_2 + \ldots + T_4 = \text{Trap. } Y_0Y_1 - \text{Trap. } Y_1Y_2 + \text{Trap. } Y_2Y_3 - \text{Trap. } Y_3Y_4 = \triangle\, 0\,d\,3\,4 - \triangle\, d\,2\,1.$$

Mithin ist die Polygonbildung

$$0\,1\,2\,3\,4 = \triangle\, 0\,d\,3\,4 - \triangle\, d\,2\,1.$$

15. In Fig. 14:

$$\Sigma T = T_1 + T_2 + \ldots + T_6 = \text{Trap. } Y_0Y_1 + \text{Trap. } Y_1Y_2 - \text{Trap. } Y_2Y_3 + \text{Trap. } Y_3Y_4 - \text{Trap. } Y_4Y_5 - \text{Trap. } Y_5Y_6 = \text{Figur } 0\,1\,d\,4\,5\,6 + \triangle\, 2\,d\,3,$$

nämlich der innere Raum des Polygones

$$0\,1\,2\,3\,4\,5\,6 = \text{Area } 0\,1\,d\,4\,5\,6 + \triangle\, 3\,d\,2.$$

16. Für das Gebilde Fig. 15 erhält man in gleicher Weise als den inneren Raum desselben:

$$0\,1\,2\,3\,4\,5\,6\,7 = \triangle\, 0\,a\,1 + \text{Fünfeck } 2\,3\,4\,b\,a\,2 - \triangle\, b\,5\,6.$$

17. Es kann demnach in der angegebenen Weise jedes denkbare Polygon beschrieben und anstandslos die im Sinne jenes Beschreibens dem Polygone angehörige innere Fläche leicht ermittelt werden.

II. Winkel der ebenen geradlinigten Figuren.

1. In einem Trapeze der betrachteten Art seien die der Abgrenzungslinie anliegenden Winkel mit α und β benannt, wo α der früheren und β der darauffolgenden Lage der Ordinate anliegt. Im Trapeze T_n (Fig. 16) werden diese Trapezwinkel daher α_{n-1} und β_n sein.

Der Uebereinstimmung wegen seien jene Winkel in einem positiven Trapeze (wie Fig. 16) selbst als positiv angenommen.

2. Da die Richtung der erzeugenden Geraden unveränderlich ist, so kann ein Abnehmen des Winkels α_{n-1} (Fig. 17) nur durch Drehung der erzeugenden Geraden um den Punkt $n-1$ Statt finden.

Fällt bei fortgesetzter Drehung die Richtung jener Linie mit der Erzeugungslinie Y_{n-1} zusammen, so wird $\alpha_{n-1} = 0$ und bei weiterer Drehung, welche die Bildung des negativen Trapezes $Y_{n-1}Y'_n$ zur Folge hat, wird auch jener Winkel negativ.

Ein ähnliches Raisonnement in Bezug des Winkels β_n zeigt, daß derselbe gleichfalls im negativen Trapeze negativ wird.

Demzufolge sind stets das Trapez und die Winkel α und β zugleich positiv oder negativ.

3. Man hat für irgend ein positives Trapez T_n

$$\alpha_{n-1} + \beta_n = 2R,$$

für ein negatives, da in diesem α_{n-1} und β_n selbst negativ werden,

$$\alpha_{n-1} + \beta_n = -2R,$$

mithin in jedem Trapeze $\pm T_n$:

(A) $$\alpha_{n-1} + \beta_n = \pm 2R.$$

4. In Fig. 18 sind beide Abgrenzungslinien $n-1, n$ und $n, n+1$ positiv.

Der von denselben eingeschlossene Winkel $n-1, n, n+1$ sei A_n, welche Bezeichnung in der Folge beibehalten wird; man hat sofort, da α_n und β_n positiv sind, den Winkel

(B) $$A_n = \alpha_n + \beta_n,$$

und ist, insoferne $n-1, n, n+1$ ein Theil eines Polygones ist, ein Polygonswinkel.

Diese Gleichung B sei für alle Fälle angenommen, in welchen $\alpha_n + \beta_n$ eine positive Größe gibt.

In Fig. 19 ist

β_n .... positiv,
α_n .... negativ.

Die algebraische Summe

$\beta_n - \alpha_n$ .... positiv,

mithin nach Gleichung (B):

$$A_n = \beta_n - \alpha_n = \text{W. } (n-1,\ n,\ n+1)$$

als Winkel der Abgrenzungslinien $n-1, n$ und $n, n+1$.

In Fig. 20 ist

β_n .... negativ,
α_n .... positiv;
Summe $= \alpha_n - \beta_n$ .... positiv,

also

$$A_n = \alpha_n - \beta_n = \text{W. } (n-1,\ n,\ n+1).$$

Gibt aber $\alpha_n + \beta_n$ ein negatives Resultat, so sei als positiver Winkel der Abgrenzungslinien oder Polygonswinkel die Gleichung angenommen:

(C) $$A_n = \alpha_n + \beta_n + 4R.$$

Der Grund dieser Annahme kommt weiter unten zur Sprache.

In Fig. 21 ist

α_n .... negativ,
β_n .... positiv;
Summe $\beta_n - \alpha_n = -\text{W. } (n-1,\ n,\ n+1)$,

mithin würde als Polygonswinkel $-\varphi$ resultiren. Für diesen Fall ist jedoch die Gleichung (C) in Anwendung zu bringen, wornach

$$A_n = \beta_n - \alpha_n + 4R =$$

dem positiven convexen Winkel $(n-1,\ n,\ n+1)$ wird.

In Fig. 22 ist

α_n .... positiv,
β_n .... negativ;
Summe $\alpha_n - \beta_n = -\varphi$,

somit nach Gleichung (C)

$$A_n = \alpha_n - \beta_n + 4R =$$

dem convexen Winkel $(n-1,\ n,\ n+1)$.

In Fig. 23 ist

α_n .... negativ,
β_n .... negativ;
Summe hiervon $-\alpha_n - \beta_n = -\varphi$,

somit nach Gleichung (C)

$$A_n = -\alpha_n - \beta_n + 4R =$$

dem convexen Winkel $(n-1,\ n,\ n+1)$.

5. Aus den Fig. 18 bis Fig. 23 betrachteten Combinationen zweier zusammenstoßender Abgrenzungslinien geht hervor, daß die Gleichung (B) als Polygonswinkel stets den Winkel gibt, welchen diese Abgrenzungslinien einschließen, und zwar positiv oder negativ; in letzterem Falle jedoch macht die Gleichung (C) immer wegen Hinzugabe von 4R den entsprechenden Außenwinkel zum positiven Polygonswinkel.

Der nächste Zweck dieser Ausnahme von der Gleichung (B) ist der, die negativen Polygonswinkel mit positiven zu vertauschen, ohne daß hierbei die Giltigkeit einer der Gleichung (B) entsprechenden trigonometrischen Relation aufgehoben wird; da die trigonometrische Function einer Winkelgröße ungeändert bleibt, wenn erstere um beliebig viele Peripherien vermehrt wird.

6. In Fig. 24 sind

$$\alpha_0,\ \beta_1,\quad \alpha_2,\ \beta_3 \quad \text{positiv,}$$
$$\alpha_1,\ \beta_2,\quad \alpha_3,\ \beta_4 \quad \text{negativ;}$$
$$\alpha_0 - \beta_4,\quad \beta_3 - \alpha_3 \quad \text{positiv,}$$
$$\beta_1 - \alpha_1,\quad \alpha_2 - \beta_2 \quad \text{negativ,}$$

somit nach Gleichung (B)

$$A_0 = \alpha_0 - \beta_4 = + m,$$
$$A_3 = \beta_3 - \alpha_3 = + p;$$

ferner nach Gleichung (C)

$$A_1 = \beta_1 - \alpha_1 + 4R = + n,$$
$$A_2 = \alpha_2 - \beta_2 + 4R = + q.$$

7. In Fig. 25 ergeben sich als Polygonswinkel die mit Bogen bezeichneten.

III. Anwendung der vorgetragenen Deductionen auf die Polygone.

Wie nach dem Erörterten durch eine gerade Erzeugungslinie jedes beliebige Polygon beschrieben werden kann, so läßt sich auch umgekehrt jedes Polygon auf seine Entstehung bei Annahme einer beliebigen Leitlinie zurückführen. Durch diese Zurückführung können sofort die innere Fläche und die Winkel eines gegebenen Polygones ermittelt werden. Dabei ergeben sich dieselben Resultate bei jeder beliebigen außerhalb des Polygones angenommenen Leitlinie. Dieß zu beweisen ist die Aufgabe der folgenden zwei Deductionen.

1. Es sei

P_μ der innere Raum eines Polygones von μ Seiten,
AB eine Leitlinie,
$T_1,\ T_2 \ldots T_\mu$ die sich ergebenden Trapeze,

so erhält man nach Obererörterten (I, 7 bis 16)

(m) $$P_\mu = \Sigma T = T_1 + T_2 + \ldots + T_\mu.$$

Für eine zweite beliebige Leitlinie A′B′ seien die Trapeze S_1, $S_2 \ldots S_\mu$ und der sich ergebende innere Raum P'_μ, so hat man

(n) $$P'_\mu = \Sigma S = S_1 + S_2 + \ldots + S_p.$$

Ist es nun, wie oben bemerkt, gleichgiltig, welche Leitlinie zur Analysirung des Polygones gewählt wird, so ist die Identität der Gleichungen m und n, d. i. die Giltigkeit der Relation

$$P_\mu = P'_\mu \quad \text{oder}$$

(p) $$\Sigma T = \Sigma S$$

zu erweisen.

$n-1,\ n$ (Fig. 26) sei eine positive Seite des gedachten Polygones, mithin

(q) $$c,\ n-1,\ n,\ c' = T_n = + \text{Trap. } Y_{n-1} Y_n.$$

Wird dieses Trapez nach der Richtung $n-1,\ n$ nummerirt, so erhält die

Ecke	$n-1$	die Zahl	0
„	n	„ „	1
„	c'	„ „	2
„	c	„ „	3
„	$n-1$	„ „	4.

Dieses Trapez gibt sodann, auf A′B′ bezogen, weitere 4 Trapeze und zwar:

$$+ \text{Trap. } y_0\, y_1$$
$$- \text{Trap. } y_1\, y_2$$
$$- \text{Trap. } y_2\, y_3$$
$$+ \text{Trap. } y_3\, y_4, \quad \text{somit}$$

$$\text{Area } 01234 = \text{Trap. } y_0 y_1 - \text{Trap. } y_1 y_2 - \text{Trap. } y_2 y_3 + \text{Trap. } y_3 y_4 = + \text{Trap. } Y_{n-1} Y_n.$$

Von diesen Trapezen besitzen zwei derselben als Abgrenzungslinien Ordinaten Y, die beiden anderen eine Polygonseite $n-1,\ n$ und ein Stück cc′ der Leitlinie.

Werden diese der Ordnung nach, um eine Ersichtlichkeit zu erzielen, mit $O_{n-1},\ O_n,\ S_n,\ L_n$ bezeichnet, so geht obige Gleichung über in

$$\text{Area } 01234 = S_n - O_n - L_n + O_{n-1} = + \text{Trap. } Y_{n-1} Y_n$$
$$= S_n - L_n + O_{n-1} - O_n,$$

mithin

(p) $$\text{Trap. } Y_{n-1} Y_n = S_n - L_n + O_{n-1} - O_n.$$

Ist aber (Fig. 27) $n-1,\ n$ eine negative Polygonseite, somit

(q′) $$T_n = - \text{Trap. } Y_n Y_{n-1}$$

ein negatives Polygontrapez, und wird dieses wie vorhin behandelt, so ergibt sich wieder Area 01234 in Bezug auf die zweite Leitlinie A′B′ mit $-$ Trap. $Y_n Y_{n-1}$, nämlich

(p′) $$- \text{Trap. } Y_n Y_{n-1} = - S_n + L_n + O_{n-1} - O_n$$

und in Verbindung mit Gleichung **(p)**

$$\pm \text{Trap. } Y_n Y_{n-1} = \pm S_n \mp L_n + O_{n-1} - O_n,$$

daher wegen Gleichung **(q)** und **(q′)** allgemein

(s) $$T_n = \pm S_n \mp L_n + O_{n-1} - O_n.$$

Substituirt man in diese Gleichung für n die Werthe von 1 bis μ, so hat man:

$$T_1 = \pm S_1 \mp L_1 + O_0 - O_1$$
$$T_2 = \pm S_2 \mp L_2 + O_1 - O_2$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$T_\mu = \pm S_\mu \mp L_\mu + O_{\mu-1} - O_\mu.$$

Mithin durch Summation

$$\Sigma T = \Sigma S + \Sigma L + O_0 - O_\mu.$$

Nun ist o mit μ als Bezeichnung desselben Punktes, nämlich respective Anfangs- und Endpunkt des Polygones, identisch, also $O_0 - O_\mu = 0$, wonach diese Gleichung übergeht in

(t) $$\Sigma T = \Sigma S + \Sigma L.$$

Es haben aber sämmtliche Trapeze L dieselbe Abgrenzungslinie, nämlich AB, und wurden dadurch beschrieben, daß sich die erzeugende Gerade über A′B′ vom Polygonpunkte o zu allen Ecken bewegte und sofort zuletzt wieder zum Punkte μ (einerlei mit o) zurückkehrte; daher nach I, 9 die beschriebene Fläche, d. i. $\Sigma L = 0$ ist.

Gleichung **(t)** reducirt sich daher auf

$$\Sigma T = \Sigma S,$$

was zu beweisen war (siehe Gleichung **p**).

2. Um darzuthun, daß mit Anwendung der Formeln (B) und (C) bei jeder Lage der Leitlinie dieselben Polygonswinkel erhalten werden, ist ein spitzer (Fig. 28 und Fig. 29) und ein stumpfer Winkel (Fig. 30 u. 31) jeder mit verschieden gerichteter Nummerirung bei allen möglichen Richtungen der Leitlinie in Betrachtung zu ziehen.

Für den gegenwärtigen Zweck genügt es, die Untersuchung nur für einen Fall durchzuführen, da diese für alle übrigen Fälle ähnlich ist.

3. In Fig. 32 sei W. $(n-1,\ n,\ n+1)$ ein spitzer Polygonswinkel (wie Fig. 28). Dabei ergeben sich 4 Lagen A_1B_1, $A_2B_2 \ldots$ der Leitlinie, bei welchen die Winkelbestimmung eine Modification erleidet, nämlich jene, für welche die erzeugende Gerade respective in die Nebenwinkel W. $(n+1,\ n,\ b)$, W. $(n-1,\ n,\ a)$, in den Winkel φ und dessen Scheitelwinkel fällt.

Für A_1B_1 erscheint $n-1,\ n \ldots -$
und $n,\ n+1 \ldots +$ somit

$$A_n = \text{W.} (n+1,\ n,\ c_1) - \text{W.} (n-1,\ n,\ c_1) = + \varphi.$$

Für $A_2 B_2$ erscheint

$$n-1,\ n \ldots\ldots\ldots +$$
$$n,\ n+1 \ldots\ldots\ldots +$$

also

$$A_n = \mathfrak{W}.(n-1,\ n,\ c_2) + \mathfrak{W}.(n+1,\ n,\ c_2) = +\gamma.$$

Für $A_3 B_3$

$$n-1,\ n \ldots\ldots\ldots +$$
$$n+1,\ n \ldots\ldots\ldots -$$
$$A_n = \mathfrak{W}.(n-1,\ n,\ c_3) - \mathfrak{W}.(n+1,\ n,\ c_3) = +\gamma.$$

Für $A_4 B_4$

$$n-1,\ n \ldots\ldots\ldots -$$
$$n,\ n+1 \ldots\ldots\ldots -$$

demnach die Summe $\mathfrak{W}.(n+1,\ n,\ c_4) + \mathfrak{W}.(n-1,\ n,\ c_4)$ negativ wird, also nach Gleichung C

$$A_n = -\mathfrak{W}.(n+1,\ n,\ c_4) - \mathfrak{W}.(n-1,\ n,\ c_4) + 4R = +\gamma.$$

In allen Lagen der AB resultirt daher der Winkel $+\gamma$ als Polygonswinkel. Allgemein folgt hieraus, daß *bei jeder Leitlinie dieselben Winkel als Polygonswinkel mit Anwendung der Regeln nach Gleichung (B) und (C) erhalten werden.*

4. Um demnach irgend ein gegebenes Polygon in Bezug seiner inneren Fläche und Winkel zu untersuchen, bezeichne man die Ecken desselben mit den fortlaufenden Zahlen, wähle außerhalb desselben eine beliebige Leitlinie, worauf die weiteren Bestimmungen nach Bisherigem vorgenommen werden.

Wird ein Polygon nach entgegengesetzten Richtungen nummerirt, so gibt die Untersuchung beider Fälle dem Zeichen nach entgegengesetzte Seiten. Jedes Trapez erhält sonach die entgegengesetzte Qualität und es verwandelt sich $P\mu = \Sigma T$ (nach der Bezeichnung aus Gleichung **m**) in $P'\mu = -\Sigma T$.

Eben so werden die Summen $\alpha_n + \beta_n = A_n$ negativ, nämlich $-\alpha_n - \beta_n$, wornach die entsprechenden Winkel nach Regel-Gleichung C, mit $-\alpha_n - \beta_n + 4R = A'_n$ sich ergeben. Hieraus in Verbindung mit obiger Gleichung

$$-A_n + 4R = A'_n$$
$$A_n = 4R - A'_n,$$

woraus ersichtlich ist, daß A'_n der Außenwinkel zu A_n ist.

Es verwandeln sich sonach durch entgegengesetzte Nummerirung alle Polygonswinkel in ihre Außenwinkel, während der Flächenraum numerisch derselbe bleibt, jedoch das entgegengesetzte Zeichen erhält.

Im Allgemeinen wird man der Nummerirung jene Richtung geben, bei welcher die Summen $\alpha_n + \beta_n$ in geringster Anzahl negativ erscheinen; da jede derlei Summe in einen negativen Raum des Polygones fällt und sonach diese Räume möglichst vermieden werden. Die Beobachtung dieser Norm ist nur in außergewöhnlichen Polygonen angezeigt, in gewöhnlichen jedoch, wo der bloße Anblick der Figur schon den als inneren Raum zu nehmenden Theil und die Polygonswinkel erkennen läßt, ist eine Untersuchung mittelst Leit- und Erzeugungslinie nicht erforderlich.

5. Bewegt man um die Endpunkte der positiven Seite $n,\ n+1$ (Fig. 33) zwei anstoßende Seiten $n,\ n-1$ und $n+1,\ n+2$ im Kreise herum, so ergeben sich nach den Gleichungen B und C die Polygonswinkel stets an der der Leitlinie AB zugewendeten Seite a der Polygonseite $n,\ n+1$. Ist aber $n,\ n+1$ negativ, so findet das Entgegengesetzte Statt. Es liegen daher die Polygonswinkel immer auf der der Leitlinie zugewendeten oder abgewendeten Seite der Polygonseite, je nachdem diese letztere positiv oder negativ ist.

Sonach befinden sich die Winkelräume an den Enden einer Polygonseite nie auf entgegengesetzten Seiten dieser Linie, sondern es bilden sich dieselben immer nach übereinstimmender Richtung.

Hieraus läßt sich nun folgendes Verfahren für die Auffindung der Winkel eines Polygones ableiten:

Man ermittle nach Gleichung (B) und (C) irgend einen Polygonswinkel A_0 (Fig. 34). Der Winkel am anderen Endpunkte muß sich an derselben Seite a ergeben und ist demnach der mit A_1 bezeichnete. Eben so muß sich der Winkel A_2 im Punkte 4, d. i. auf der Seite des Winkels A_1 ergeben, u. s. f. Geht man auf diese Weise nach der Richtung der Pfeile am Umfange des Polygones herum, so erhält man alle Winkel und kommt zuletzt wieder in den Raum des ursprünglichen Winkels A_0 zurück.

6. Für ein Polygon mit n Seiten hat man nach Gleichung A (Abschnitt II), wenn für n die Werthe von 1 bis n substituirt werden, folgende Gleichungen für die Trapezwinkel an den Polygonseiten:

$$\alpha_0 + \beta_1 = \pm 2R$$
$$\alpha_1 + \beta_2 = \pm 2R$$
$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$
$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$
$$\underline{\alpha_{n-1} + \beta_n = \pm 2R.}$$

Besitzt das Polygon m negative Seiten, so gibt die Summation, wenn zugleich die einzelnen Größen anders geordnet werden:

$$(\alpha_0 + \beta_n) + (\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + \ldots$$
$$+ (\alpha_{n-1} + \beta_{n-1}) = (n-m).2R - m.2R.$$

Werden zu jedem negativen Binome des ersten Gliedes dieser Gleichung 4R hinzugegeben, so bilden dieselben, wenn noch berücksichtiget wird, daß β_n und β_0 identisch sind, nach Gleichung (B) und (C) die Summe der Polygonswinkel $A_0 + A_1 + \ldots + A_n$.

Ist x die Anzahl dieser vorkommenden negativen Binome, so sind auf der Seite der Binome und, um die Gleichung nicht zu stören, auch im zweiten Gliede derselben $x.4R$ hinzu zu addiren, wornach man erhält:

$$\Sigma A = (n-m)\,2R - 2mR + 4xR$$

oder

(D) $$\Sigma A = 2R\,[n + 2\,(x-m)],$$

welches die allgemeinste Formel für die Winkelsumme eines Polygones ist.

Offenbar ist $\Sigma A > 0$, somit

$$2R\,[n + 2\,(x-m)] > 0.$$

Hieraus $$x - m > -\frac{n}{2};$$

ferner ist jeder Winkel kleiner als 4R, also

$$\Sigma A < 4nR, \text{ daher}$$
$$2R\,[n + 2\,(x-m)] < 4nR \text{ und}$$
$$x - m < \frac{n}{2}.$$

Die Größe $x - m$ bewegt sich daher innerhalb der Grenzen $-\frac{n}{2}$ und $+\frac{n}{2}$.

7. *) Man denke sich ein Polygon mit p Seiten, unter diesen $p-1$ Seiten positiv und die letzte mit $p-1,\ p$ bezeichnete negativ. (Punkt Null und p sind wieder, consequent den früheren Beziehungen, identisch.) Ferner sei der einfacheren Vorstellung wegen die Leitlinie

*) Die hier folgenden Deductionen sind der Allgemeinheit wegen ohne Zuziehung von Figuren durchgeführt, da man sich zur allfälligen Erleichterung der Vorstellung beliebige, den Voraussetzungen entsprechende, Figuren selbst bilden kann. Der Verf.

parallel zur letzten Seite und zwar so angenommen, daß das gedachte Polygon ober derselben sich befindet. Endlich sei kein einspringender Polygonswinkel, d. i. kein solcher, der größer als $2\mathrm{R}$ ist, vorhanden.

In diesem Polygone kann keine Durchkreuzung der Seiten vorkommen. Denn daß eine Reihe positiver Seiten keine Durchkreuzung hervorbringen kann, ist für sich klar, da hierzu an irgend einer Stelle ein Rückgang nach vorhergehenden Seiten, also irgend eine negative Seitenrichtung erforderlich wäre. Aber auch die letzte Seite, welche offenbar den Schluß des Polygones durch den Rückgang vom vorletzten Punkte $p-1$ zum ersten Punkte Null bewerkstelliget, und sofort, wie oben vorausgesetzt, nothwendiger Weise negativ sein muß; kann von den positiven Seiten nicht gekreuzt werden. Denn denkt man sich eine positive Seite als kreuzende, so müßte diese irgend zwei Punkte $x-1$ und x verbinden, davon der erstere über und der zweite unter der Seite $p-1, p$ läge, und der betreffende Trapezwinkel β_x müßte nothwendiger Weise $> \mathrm{R}$ sein. Von irgend einem Punkte γ, wobei $\gamma \gtreqless x$, muß eine Seite ausgehen, welche mehr als die Seite $x-1, x$ nach rechts geneigt ist, da widrigenfalls kein Anschluß der Seitenreihe an den Punkt $p-1$ denkbar ist. Für diesen Punkt ist

$$\beta_\gamma \gtreqless \beta_x;$$

ferner der betreffende Trapezwinkel $\alpha_\gamma >$ als der Nebenwinkel zu β_x, d. i.

$$\alpha_\gamma > 2\mathrm{R} - \beta_x,$$

somit durch Addition

$$\alpha_\gamma + \beta_\gamma > 2\mathrm{R}$$

also

$$\mathrm{A}_\gamma > 2\mathrm{R},$$

d. h. es wäre ein einspringender Winkel A_γ vorhanden, was der Voraussetzung zuwider ist.

Ein Polygon mit einer positiven Seitenreihe und einer negativen Seite, ohne einspringenden Winkel, kann sonach keine Durchkreuzung besitzen. Dasselbe findet auch in einem Polygone mit einer negativen Seitenreihe und nur einer positiven Seite Statt, da ein Polygon ersterer Art durch blos entgegengesetzte Nummerirung in eines der letzteren Art umgewandelt wird, und dieß auf die Gestalt selbst keinen Einfluß hat.

8. Wenn in einem Polygonpunkte x zwei negative Seiten zusammenstoßen, hat man

$$\mathrm{A}_x = -\alpha_x - \beta_x + 4\mathrm{R}$$

oder

$$\mathrm{A}_x = 4\mathrm{R} - (\alpha_x + \beta_x)$$

und da die Summe $\alpha_x + \beta_x$ bis zur Grenze $4\mathrm{R}$ beliebig sein kann, so ist bei der angenommenen Seitenqualität der Polygonswinkel

$$\mathrm{A}_x < 2\mathrm{R}$$

wenn die Summe von $\alpha_x + \beta_x > 2\mathrm{R}$ ist.

Stoßen aber eine negative und eine positive Seite zusammen, so hat man

$$\mathrm{A}_x = (\beta_x - \alpha_x)$$

insofern diese Differenz $\alpha_x - \beta_x$ positiv wird, nämlich

$$\beta_x > \alpha_x,$$

d. i. der der positiven Seite anliegende Trapezwinkel α_x der größere ist. In diesem Falle kann daher je nach der Größe der Differenz $\beta_x - \alpha_x$ jener Polygonswinkel A_x auch kleiner als $2\mathrm{R}$ sein.

Ist aber $\beta_x - \alpha_x$ negativ, wenn nämlich $\alpha_x > \beta_x$, also der der negativen Seite anliegende Trapezwinkel der größere ist, so ist nach der betreffenden Formel (C) der Polygonswinkel

$$\mathrm{A}_x = (\beta_x - \alpha_x) + 4\mathrm{R}.$$

Nun haben α_x und β_x die Grenzwerthe 0 und $2\mathrm{R}$, somit numerisch die negative Differenz

$$\beta_x - \alpha_x \lesseqgtr 2\mathrm{R},$$

also stets

$$\mathrm{A}_x = (\beta_x - \alpha_x) + 4\mathrm{R} > 2\mathrm{R}.$$

Aus den betrachteten Fällen geht nun hervor, daß *zwei Seiten von was immer für Qualitätszeichen einen Polygonswinkel $< 2\mathrm{R}$ einschließen können, insoferne bei vorkommenden Seiten von verschiedenen Zeichen der der positiven Seite anliegende Trapezwinkel der größere ist. Findet jedoch dieses letztere nicht Statt, so entsteht in diesem speciellen Falle eines Zeichenwechsels ein Winkel $> 2\mathrm{R}$, d. i. ein einspringender Polygonswinkel.*

9. Man denke sich ein Polygon von p Seiten, wobei die letzte Seite $p-1, p$ negativ ist; und parallel mit dieser sei unter dem Polygone die Leitlinie. Ferner gehe in demselben vom Punkte 0 bis x eine positive, von x bis y eine negative, und von da bis zum vorletzten Punkte $p-1$ wieder eine positive Seitenreihe aus.

Insoferne in dem gedachten Polygone kein einspringender Winkel bestehen soll, muß dasselbe Durchkreuzungen*) besitzen; denn: im Punkte x muß nach dem in Nr. 8 Bewiesenen

$$\beta_x > \alpha_x \text{ sein,}$$

da der Voraussetzung gemäß jeder Polygonswinkel und somit auch

$$\mathrm{A}_x < 2\mathrm{R} \text{ ist.}$$

Die negative Seitenreihe tritt daher in Folge der hierdurch bestimmten Richtung der Seiten in den vom positiven Theile des Polygonumfanges und der letzten Seite $0, p-1$ eingeschlossenen Raum. In y ist aus demselben Grunde

$$\alpha_y < \beta_y,$$

wornach die Richtung des zweiten positiven Zweiges des Polygonumfanges eine solche werden muß, welche in die Figur einschneidet, die von einem Theile der ersten positiven Seitenreihe, von der darauffolgenden negativen und der verlängerten Ordinate des Punktes y umgrenzt wird. Es ist sofort nicht denkbar, daß jene zweite positive Seitenfolge zum Punkte $p-1$ hin sich fortbilden kann, ohne die genannten beiden anderen umgrenzenden Zweige des Polygonumfanges an irgend einer Stelle zu durchschneiden. Daß die Seite $p-1, p$ gleichfalls von dem Polygonumfange getroffen und sonach geschnitten werden kann, ist selbstverständlich.

Aehnliche Schlüsse lassen sich leicht auf Polygone ausdehnen, welche mehrere Zeichenwechsel der Seiten besitzen.

Das in Nr. 7 betrachtete Polygon hat nur in den Punkten 0 und $p-1$ solche Zeichenwechsel; im gegenwärtig betrachteten Polygone aber sind, wie dort im Anfangspunkte und Endpunkte, jedoch nebstdem noch in einem dritten beliebigen Punkte x Zeichenwechsel der Seiten, was übrigens, um den Schluß des Polygones zu ermöglichen, an einer 4ten Stelle y noch einen solchen Wechsel bedingt. Aus den nunmehr in Nr. 7 und eben jetzt durchgeführten Ableitungen folgt der Satz:

Ein Polygon mit mehr als 2-maligem Zeichenwechsel der Seiten, ohne einspringenden Winkel, besitzt Durchkreuzungen und ist daher außergewöhnlicher Art.

10. Man denke sich ein $n$seitiges Polygon ohne einspringende Winkel mit zwei dem Zeichen nach verschiedenen Seitenfolgen, und zwar trete der Zeichenwechsel in den Punkten 0 und $n-m$ ein.

Zieht man die Diagonale $0, n-m$, so erhält man zwei Polygone, jedes nach der in Nr. 7 beschriebenen Art; nämlich eines mit nur einer negativen, und ein solches mit nur einer positiven Seite,

---

*) Die Bezeichnung Durchkreuzung ist im allgemeinen Sinne verstanden und begreift sonach auch den Fall, wo eine Polygonseite an ihrem Endpunkte von einer anderen geschnitten wird. Der Verf.

welche daher nach der dortigen Beweisführung Polygone ohne Seitenkreuzungen sind. Da sofort die gemeinschaftliche Seite $0, m+1$ von keinem der beiden Polygonumfänge berührt oder geschnitten werden kann, so ist ein Gleiches auch von beiden Umfängen unter einander nicht möglich, und das ganze Polygon $0, 1, 2 \ldots m, m+1, \ldots n$ hat daher keine Seitenkreuzung und ist sonach ein gewöhnliches.

Ein Polygon mit nur zwei Zeichenwechseln der Seiten, ohne einspringende Winkel, ist daher ein gewöhnliches, und mangelt eine dieser Eigenschaften, so besitzt dasselbe entweder einspringende Winkel, oder Durchkreuzungen, oder beides zugleich.

11. In dem ebengedachten Polygone ist die Seitenanzahl $= n$, Anzahl der negativen Seiten $= m$. Die in der Formel (D) angeführte Größe x bezieht sich mit Rücksicht auf das in Nr. 8 Bewiesene und der Annahme des Nichtvorhandenseins eines einspringenden Winkels nur auf die Zusammenstoßpunkte negativer Seiten, nicht aber solcher Punkte, an welchen ein Zeichenwechsel der Seiten Statt findet. Die Anzahl dieser Punkte ist nun der m vorhandenen negativen Seiten wegen $x = m - 1$, somit

$$x - m = -1$$

und durch Substitution in die Formel (D) erhält man

$$\Sigma A = 2R\,[n-2]$$

als die bekannte Relation für die Winkelsumme eines gewöhnlichen Polygones ohne einspringende Winkel.

Herr Professor Ritter v. Stampfer hat zuerst in seinen Vorlesungen über die praktische Geometrie am hiesigen k. k. polytechnischen Institute jede von geraden Linien gebildete vollständig begrenzte ebene Figur als Polygon bezeichnet, und für die Winkelsumme den allgemeinen Ausdruck

$$(E) \qquad 2R\,[n+2e]$$

angegeben, worin e eine unbestimmte ganze Zahl bezeichnet, welche kleiner als $\frac{n}{2}$ ist.

Der Verfasser hat in gegenwärtiger Abhandlung die in eben erwähntem erweiterten Sinne begriffenen Polygone auf eine allgemeine Entstehung aus der Bewegung einer geraden Linie zurückgeführt, und hierauf basirt, die vorgetragenen Methoden für die Bestimmung der Flächen, Winkel und Summen der letzteren entwickelt. Es ist hierbei dem Verfasser gelungen, für den oben angeführten Ausdruck (E), der nur eine allgemeine Abhängigkeit ausspricht, die zwischen der Seitenanzahl und Winkelsumme Statt hat, und welche zu speciellen Bestimmungen der Winkelsummen nicht ausreicht, die in allen Theilen vollkommen bestimmte Formel (D) aufzustellen.

Notiz über H. D. Schmid's k. k. landesbefugte Maschinen-Fabrik.

Es ist für jeden ausübenden Ingenieur, Techniker oder Industriellen von offenbarem Interesse, die Kräfte der Hilfsmittel für sein Geschäft in dem Lande, in dem seine Wirksamkeit den Beruf findet, so genau als möglich zu kennen. Dieser Ansicht gemäß folgt eine Notiz indessen über dasjenige technisch-industrielle vaterländische Etablissement, über dessen Entstehung und Erweiterung genaue nähere Angaben möglich wurden, und von dessen Erzeugnissen mehrere in den nächsten Nummern dieser Zeitschrift mitgetheilt werden können.

H. D. Schmid, k. k. landesbefugter Maschinenfabrikant, Eigenthümer der gegenwärtig unter seiner Firma bestehenden Maschinenbau-Anstalten, gründete im Jahre 1832 eine kleinere unter der Firma Rollé & Schwilgué unter seiner ausschließlichen Leitung als stiller Gesellschafter und Firmaführer, nachdem derselbe für dieselbe Gesellschafts-Firma bereits früher ähnliche Anstalten als Central-Unternehmungen in Paris und Straßburg gegründet hatte und denselben als General-Director vorstand.

Während im Jahre 1839 diese letzteren in Frankreich befindlichen Anstalten auf eine anonyme Actien-Gesellschaft unter der Firma: „Etablissement für mechanische Constructionen in Grafenstaaden" (Nieder-Rhein) übergingen, überging auch im Jahre 1842 an H. D. Schmid als Nachfolger der Herren Rollé & Schwilgué, die von ihm gegründete Wiener Filiale in alleiniges Eigenthum und für eigene Rechnung.

Als nunmehriger alleiniger Eigenthümer gab er dieser Anstalt, welche sich bei ihrer Gründung beinahe ausschließlich nur mit dem Baue von (mittelst eines k. k. Privilegiums in den österreichischen Staaten eingeführten) Brückenwaagen beschäftigte, durch Beiziehung entsprechender Kräfte einen so bedeutenden Aufschwung, daß diese Anstalt nunmehr mit Recht zu den größten nicht nur in Oesterreich, sondern selbst zu den bedeutendsten des Continentes zu zählen ist.

Gegenwärtig besteht diese Anstalt in zwei abgesonderten Theilen, nämlich dem in der Vorstadt Landstraße zu Wien stehenden älteren Werke und der seit dem Jahre 1851 in Simmering gegründeten großartigen Filial-Maschinen- und Wagenbau-Werkstätte, und ist mit einer bedeutenden Anzahl der zweckmäßigsten Hilfsmaschinen versehen, wird mit Hilfe von fünf Dampfmaschinen verschiedener Bauart und zusammen 100 Pferdekräfte stark im Betriebe erhalten, und beschäftiget nahe an 1500 Arbeiter. Eine Ausstattung, bei welcher die Anstalt rücksichtlich der Productionsfähigkeit in quantitativer und qualitativer Beziehung mit jedem ausländischen Etablissement kühn in die Schranken treten kann.

Sie besitzt nämlich auch eine in großartigem Maßstabe angelegte Gießerei mit 3 Kuppelöfen, großartige Schmiedewerkstätte mit 75 Schmiedefeuern und 6 Schwanzhämmern, Dreherei, Bohrerei und Schleiferei ꝛc.

Die Großartigkeit der Anstalt läßt sich schon aus dem Umfange des Geschäftsbetriebes beurtheilen, aus welchem ein jährlicher Umsatz von durchschnittlich $1\frac{1}{2}$ bis 2 Millionen Gulden hervorgehet.

Die Arbeiten, die diese Anstalt bereits erzeugt hat, sind vorzüglich zu nennen. Betriebs- und Hilfsmaschinen allerlei Art für Eisenbahnen, Werkstätte, Rübenzucker- und Oelfabriken, Bergwerksmaschinen, an 10 000 Stück Brückenwaagen verschiedener Größe, an 2000 Feuerspritzen verschiedener Bauart und Größe, 400 Dampfmaschinen, mindestens 2000 vierräderige und 1000 achträderige Eisenbahn-Waggons, dann allerlei andere Maschinen und Utensilien für industrielle Zwecke gingen bisher aus dieser Fabrik hervor.

Der Werth der aus diesem Etablissement hervorgegangenen Leistungen ist schon durch die vielseitigen Anerkennungen ausgesprochen, die dem Eigenthümer, Herrn H. D. Schmid, von Seite technischer Behörden und Autoritäten zu Theil wurden, und die zugleich öffentlich gelegenheitlich der Gewerbs- und Industrie-Ausstellungen durch die dem Etablissement zuerkannten Auszeichnungen bestätiget wurden; so wurde der Chef bei den Ausstellungen im Jahre 1835 und 1839 mit der silbernen, 1845 mit der goldenen Medaille, 1851 bei der Londoner Ausstellung und 1854 bei der Münchner mit der großen Bronce-Medaille, endlich bei der letzten stattgefundenen Pariser Weltausstellung mit der Preis-Medaille I. Classe und außerdem für seine Verdienste um Emporbringung des Maschinenbaues in Oesterreich und als Mitglied der internationalen Jury, mit dem Orden der Ehrenlegion ausgezeichnet.

Als weiterer Beweis der Anerkennungswürdigkeit der aus diesem Etablissement hervorgegangenen Erzeugnisse wurden von den bei der Pariser Industrie-Ausstellung aus dieser Anstalt exponirt gewesenen Gegenständen eine vollständige Sammlung von Brückenwaagen-Modellen, nach privilegirten Systemen, an das Conservatoire des arts et métiers in Paris, ferner eine Balancier-Dampfmaschine nach Wolf'schen System von 20 Pferdekraft directe von der Ausstellung weg an die Herren Laroche frères in Angoulème verkauft, die nebstbei höchst günstige Ergebnisse darlegte.

Konnte dieser Anstalt bezüglich ihres industriellen Zweckes nur rühmlichst gedacht werden, so leuchtet sie auch von Seite der Humanität als ein Stern erster Größe und als nachahmungswürdiges Beispiel durch ihre anderweitigen damit in Verbindung stehenden Wohlthätigkeitseinrichtungen hervor; so erhält der Fabrikseigenthümer in der in Simmering befindlichen Filial-Anstalt schon seit längerer Zeit eine Schule zur Heranbildung der Kinder braver Arbeiter für das mechanische Fach, in welcher dieselben sowohl theoretische als praktische Anleitung auf Kosten des Eigenthümers erhalten, und welche Einrichtung von Seite der Behörden eine ebenso lobenswerthe Anerkennung gefunden hat, wie die ebenfalls begründete und seit längerer Zeit bestehende Krankencasse für das sämmtliche Fabriks-Arbeiter-Personale, durch welch letzteres Institut dem Erkrankten oder sonst zeitweilig Arbeitsunfähigen, so wie für den Fall seines Ablebens der hinterlassenen Familie Unterstützung zufließt.

Auszüge aus den Verhandlungen des Institution of Civil-Engineers.

(Schluß von Seite 254—260.)

Versammlung am 15. Jänner 1856.

Vorgelesen wurde eine Abhandlung von J. M. Heppel über die relativen Verhältnisse und Dimensionen bei eisernen Trägern und Röhren.

Der Verfasser entwickelt diesen Gegenstand mit Rücksicht der verschiedenen Arten der Belastungen, welche vorkommen können, so wie der nöthigen Verstärkungen zur Erzielung der gehörigen Steifigkeit.

Versammlung am 22. Jänner 1856.

Vortrag über den früheren und gegenwärtigen Zustand der Themse; von H. Robinson.

Der Autor gibt hierüber einige historische Notizen und bespricht dann ausführlicher die Wichtigkeit und Bedeutung, welche die Themse für London sowohl in Beziehung der Schifffahrt und des Handels, als auch deshalb hat, weil sie das Hauptmittel abgibt, die Reinlichkeit und den Gesundheitszustand der Stadt zu erhalten. In beiden Beziehungen sei der gegenwärtige Zustand der Themse ein nicht entsprechender. — Die Wichtigkeit des Flusses sei zwar immer erkannt und schon zahlreiche Projecte zur Abhilfe der Uebelstände gemacht worden, aber keines derselben sei zur Ausführung gekommen, theils wegen Mangel des dazu nöthigen Geldes, theils aus anderen Ursachen.

Der Verfasser geht dann die verschiedenen Projecte durch, und entwickelt schließlich seine eigenen Ansichten über den Gegenstand, so wie die Art, auf welche seiner Meinung nach diesen Uebelständen am besten zu begegnen wäre.

Versammlungen am 29. Jänner, 5. und 12. Februar 1856.

An allen drei Abenden wurden die Discussionen über die Regulirung der Themse fortgesetzt.

Der Gegenstand wurde in jeder Richtung weitläufig erörtert. Es wurde die dringende Nothwendigkeit hervorgehoben, daß in dieser Beziehung Etwas geschehe, da der Zustand des Flusses sich fortwährend verschlimmert. Ehe aber Etwas ausgeführt werden könne, sei es nöthig, daß die Frage selbst ihre Erledigung erhalte, d. h., die Ingenieure müßten sich früher über die zweckmäßigste Art der Ausführung einigen. Seien einmal die Ansichten hierüber festgesetzt, und habe eine solche Einigung der Sachverständigen Statt gefunden, so würde die Ausführung keine sehr große Schwierigkeiten mehr finden, da das Publicum großen Antheil an diesem Gegenstande nimmt, und sein eigenes Interesse eine Abhilfe fordert.

Die Aufgabe aller Ingenieure sei es daher, und zwar eine sehr schöne, große und in jeder Beziehung würdige, nach Kräften zur Lösung der technischen Frage mitzuwirken.

Versammlungen am 19. und 26. Februar 1856.

Mr. Bidder erhielt durch den Präsidenten die Erlaubniß von dem gewöhnlichen Vorgange abzugehen, dem Vereine den Vortrag in schriftlicher Ausarbeitung zu übergeben, und hielt demnach nur einen freien mündlichen Vortrag über

Kopfrechnen,

worin er über den Nutzen desselben spricht und nachzuweisen sucht, daß es möglich ist, jedem Menschen hierin eine bedeutende Fertigkeit beizubringen, wenn der entsprechende Weg eingeschlagen wird, und erläutert seine Principien durch zahlreiche Beispiele.

Zu einiger Darlegung der Art seiner in den Rechnungsarten durch Kopfrechnen ausgeführten Beispiele mag hier die Entwickelung des Productes 173×397 Platz finden, als:

$100 \times 397 = 39700$
$70 \times 300 = 21000 = 60700$
$70 \times 90 \ldots\ldots = 6300 = 67000$
$70 \times 7 \ldots\ldots = 490 = 67490$
$3 \times 300 \ldots\ldots = 900 = 68390$
$3 \times 90 \ldots\ldots = 270 = 68660$
$3 \times 7 \ldots\ldots = 21 = 68681$

oder auch kürzer .... $400 \times 173 = 69200$
und .... $3 \times 173 = 519$
wo die Differenz gibt wie oben 68681 u. s. w.

Versammlung am 4. März 1856.

Vortrag über die

Ursachen der Dampfkessel-Explosionen, von W. Kemble Hall.

Der Verfasser geht darin die verschiedenen Theorien durch, welche man aufgestellt hat, um die Ursachen der Explosionen zu erklären, und erläutert dieselben durch die bei Explosionen gewöhnlich vorkommenden Thatsachen.

Gegen Fehler in der Anlage und im Materiale sei man hinlänglich durch die früher vorgenommene Probe und das gewöhnliche Sicherheitsventil geschützt, und gegen die Gefahr, welche aus der Verschlechterung während des Gebrauches entsteht, könne man sich durch zeitweise Untersuchungen verwahren.

Wenn man dem Dampfe gestatte, allmälig in seiner Spannung zuzunehmen, bis dieselbe endlich die Stärke des Kessels übersteigt; so würde die Gefahr sich immer an irgend einer der zahlreichen Nieten und Fugen kundgeben, da immer ein einzelner Punkt zuerst nachgebe.

In dem Kessel, der den 18. August zu Sheffield in Hartford Steel Works explodirte, war die Spannung des Dampfes die gewöhnliche von 40 Pfund auf den Quadratzoll, als ein Riß in der Seite des Kessels entstand, durch den der Dampf mit einem heftigen Gezische herausströmte, wodurch die Wärter gewarnt wurden und der Gefahr noch entfliehen konnten. Die Seitenschließen waren fehlerhaft und hatten nachgegeben. — Es sei daher vernünftiger Weise vorauszusetzen gewesen, daß das Zerreißen der Dampfkessel in mehrere Stücke, wie es bei Explosionen gewöhnlich vorkommt, durch eine plötzliche Kraftäußerung verursacht werde, und es sei die Elektricität als wirksame Ursache davon betrachtet worden. — Obgleich aber elektrische Erscheinungen an einem entweichenden Dampfstrahle gezeigt werden können, so sei doch nicht anzunehmen, daß ein Kessel in Folge seiner vielen directen metallischen Verbindungen mit der Erde zu einem Behälter von Elektricität umgewandelt werden könne. — Wenn Elektricität erzeugt wurde, so wurde sie auch gewiß augenblicklich wieder abgeleitet. — Es wurde ferner angenommen, daß die Kesselplatten, welche dem Feuer ausgesetzt sind, durch das Sinken des Wassers überhitzt und zersetzt würden. Der Dampf, dessen Oxygen sich mit dem Eisen verbunden hätte, und das Hydrogen bildeten ein Gas, welches die Explosion verursacht habe. Da aber das Hydrogengas nur explodiren könne, wenn es bedeutend mit Oxygengas oder atmosphärischer Luft gemischt ist, und letztere höchstens nur in äußerst geringen Quantitäten durch die Speisepumpe gleichzeitig mit dem Wasser eindringen könnte, außerdem die Oxydation der Kesselwände viel zu geringfügig sei, um die Annahme einer bedeutenden chemischen Veränderung des Dampfes zu rechtfertigen, so sei auch diese Theorie nicht stichhältig. — Dies könnte nur eine Explosion von Außen, aber nicht eine von Innen erzeugen.

Bei der Explosion in Gateshead, Consett Iron-works, welche Anfangs November v. J. stattfand, erwies sich, daß der Kessel kurze Zeit früher ausgeblasen und der Hahn nicht geschlossen worden war. — Die Kesselwände wurden rothglühend, und es ist anzunehmen, daß der Maschinenwärter, der getödtet worden, den Mangel an Wasser bemerkt habe, und daß in dem Augenblicke, wo er die Speisepumpe öffnete, die Explosion eingetreten sei.

Nun vermindert aber die Hitze bis zur Temperatur von 550° Fahrenh. noch nicht merklich die Festigkeit des Eisens, und wenn auch dieser Punkt überschritten würde, so könnte dieß nur ein Eindrücken des Feuerrohres zur Folge haben.

Das Wasser verwandelt sich auf einer rothglühenden Fläche nicht schnell in Dampf. Die außerordentliche Hitze stößt die einzelnen Partikelchen zurück, und diese werden nur langsam verdampft. — Es könne daher auf diese Weise keine sehr hohe Spannung plötzlich und direct erzeugt werden.

Wenn auf Dampf, der vom Wasser abgesperrt ist, Hitze einwirkt, so steigert sich dessen Spannung nach denselben Gesetzen wie bei Gasen, die erhitzt werden. — Eine Erhöhung von 480° F. würde die Spannung nur verdoppeln. Versuche hätten schließlich auch die Möglichkeit nachgewiesen, Dampf, der in Berührung mit Wasser ist, höher zu erhitzen, ohne daß die Masse des Wassers in der Temperatur steige, indem hierbei nur die oberste Schichte desselben erhitzt werde. — Wenn man daher annimmt, daß z. B. der Dampf auf diese Art auf 435° F. überhitzt worden sei, und dann plötzlich Wasser in denselben gespritzt würde, so würde die Spannung augenblicklich auf die Höhe steigen, welche dem mit Wasser gesättigten Dampfe von 435° F. entspricht — was nach den Experimenten von Arago und Dulong 360 Pfund per Quadratzoll wäre.

Oder um ein anderes Beispiel zu gebrauchen: Während 1000° F. Hitze bei nicht gesättigtem Dampfe, die Spannung nur auf das Dreifache vermehren würde, würde derselbe Hitzgrad bei gesättigtem Dampfe die Spannung um das 1700-fache steigern. — Diese außerordentliche Zunahme der Spannung würde zwar gewiß bedeutend modificirt werden, weil bei der Verwandlung von Wasser in Dampf viel Wärme als latente gebunden wird; es soll aber auch nur dienen, eine plötzliche und örtliche Dampfbildung von außerordentlicher Spannung anzudeuten, welche bei einer Explosion entstehen könne. Dem überhitzten Dampfe könne auch ohne Mitwirkung der Speisepumpe Wasser zugeführt werden.

Bei der Explosion, welche in Chiswick am 16. Juli v. J. stattfand, war das Sicherheitsventil in Ordnung und mit dem Gewichte für den Dienst mit dem wirksamen Drucke von 20 Pfund per Quadratzoll belastet, der Kessel während der Mittagszeit unthätig, und die Explosion trat gerade in dem Augenblicke ein, als der Maschinenwärter den Regulator öffnete, um die Maschine in Gang zu setzen. — Das Wasser sei wahrscheinlich zu tief gesunken gewesen, und durch das plötzliche Ausströmen des Dampfes in die Röhren, theilweise von seinem Drucke befreit, durch die Bewegung in die Höhe geschleudert und in innige Berührung mit dem überhitzten Dampfe gebracht worden, wodurch dasselbe plötzlich in Dampf von einer Spannung verwandelt wurde, welche für die Stärke des Kessels zu hoch war. — Es sei eine wohlbekannte Thatsache für Alle, welche praktisch mit Kesseln zu thun haben, daß das Wasser höher stehe, wenn die Maschine arbeitet, als wenn sie still steht, und daß es durch Oeffnen des Sicherheitsventiles noch höher steigen dürfte — dieß sei noch deutlicher sichtbar bei einer zusammengezogenen Wasserspiegelfläche und bei verhältnißmäßig kleinem Dampfraume. — Eine Explosion, welche zu Sheffield in den Tower Mills am 11. August stattfand, gäbe einen Beleg hierfür. — Die Kesselwärter behaupteten auf das Bestimmteste, daß wenige Minuten vor der Explosion die Beobachtungen am Wasserstandglase hinreichend Wasser zeigten; allein ein Ingenieur, der von Seite der Regierung deßhalb hingesandt wurde, untersuchte den Kessel und bestätigte, daß derselbe überhitzt worden war, und daß die Angabe entweder falsch sei, oder die Kesselwärter sich geirrt haben müßten. — Der Kessel explodirte unmittelbar nachdem der Wärter die nöthigen Vorbereitungen getroffen hatte, das Sicherheitsventil zu öffnen und wahrscheinlich in dem Augenblicke, wo er dieß wirklich gethan. — Die Kessel, welche in Newcastle in den Walker Iron-works am 8. December, und in Kebblesworth Colliery am 19. September explodirten, seien jeder mit einem Schwimmer und zwei Sicherheitsventilen versehen gewesen.

In beiden Fällen sei Grund vorhanden zu glauben, daß das Wasser durch das gemeinschaftliche Speiserohr aus dem explodirten Kessel in den zunächst liegenden Kessel getrieben wurde, und daß in dem zweiten der beiden Fälle der Wärter die Gefahr bemerkt habe, und gerade damit beschäftigt gewesen war, das Sicherheitsventil zu öffnen.

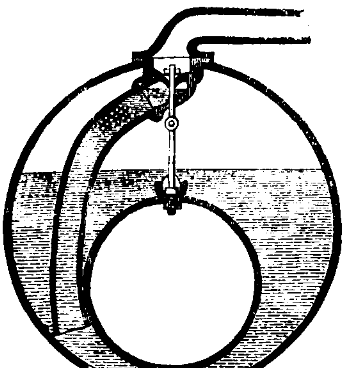
Die Erfahrungen hätten bewiesen, daß der Pfropf aus schmelzbarem Metalle, welcher in Frankreich durch das Gesetz vorgeschrieben ist, nach und nach incrustirt werde, oder aus anderen Ursachen nicht mehr Dienste leiste, und deßhalb dem beabsichtigten Zwecke nicht entspräche. — Der weichere Theil der Composition werde durch den Druck, dem es ausgesetzt ist, hinausgetrieben, und der zurückbleibende oxydire sich und schmelze nicht mehr bei der vorgeschriebenen Temperatur. Außerdem könne derselbe nur zur Warnung dienen, die bevorstehende Katastrophe aber keineswegs verhindern.

Alle bisherigen Erfindungen, welche man angewendet habe, um sich vor Explosionen zu schützen, seien bestimmt, Wasser zuzuführen, wenn dasselbe im Kessel zu tief gesunken ist, oder das Sicherheitsventil zu öffnen, ohne weitere Rücksicht auf andere Umstände. — Wie aber aus den angeführten Beispielen zu ersehen sei, wurde hierdurch in vielen Fällen das Unglück, welches man vermeiden wollte, gerade erst herbeigeführt. Es sei Grund vorhanden zu glauben, daß die Mehrzahl der Explosionen dadurch entstand, daß der Wärter den Wasserstand bis unter das Feuerrohr habe sinken lassen, wodurch die Kesselwand einem zu hohen Hitzgrade ausgesetzt, und der Dampf überhitzt wurde.

Wenn man in einen Kessel, der sich in diesem gefährlichen Zustande befindet, Wasser einpumpe, so werde dasselbe auf die heißen Wände und in den überhitzten Dampf geschleudert, und augenblicklich in Dampf von einer Spannung verwandelt, welche die Stärke des Kessels übersteige; und dieß geschähe so plötzlich, daß der Dampf überdieß noch mit dem Momente eines Stoßes wirke. Da ferner das Wasser, welches nöthig sei, um eine so traurige Wirkung hervorzubringen, dem überhitzten Dampfe auch von dem im Kessel befindlichen Wasser, durch die Bewegung zugeführt werden könne, welche beim Oeffnen des sogenannten Sicherheitsventils entsteht: so stelle sich die beunruhigende Thatsache heraus, daß die Vorrichtung, welche uns vor Explosionen schützen sollte, gerade die Ursache derselben werden könne.

Diese Betrachtungen führten ganz natürlich zu dem Schlusse, daß eine Sicherheit nur dadurch zu erreichen sei, daß sich in dem Falle, wenn der Wasserspiegel auf eine gefährliche Tiefe gesunken ist, sich ein Ventil öffne, durch welches zuerst das Wasser aus dem Kessel entfernt wird, und dann erst der Dampf, da das **Wasser** das gefährlichere Element ist. — Dasselbe würde dann als ein wirkliches Sicherheitsventil wirken, und sich in einer zweckmäßigeren und weniger der Beschädigung ausgesetzten Stelle befinden, als die gegenwärtigen, welche an dem Dome angebracht sind.

Fig. 1.



Die vorstehende Fig. 1 zeigt das Princip eines solchen Ventils. Das Ventil steht in Verbindung mit dem Wasser und wird durch eine Stange in seiner Stellung erhalten. Letztere hat an ihrem Ende einen Knopf, welcher in eine kupferne Schale reicht und mit Zinn oder einem anderen leicht schmelzbaren Metalle ausgegossen ist. — Die kupferne Schale ist an die obere Seite des Feuerrohres angenietet.

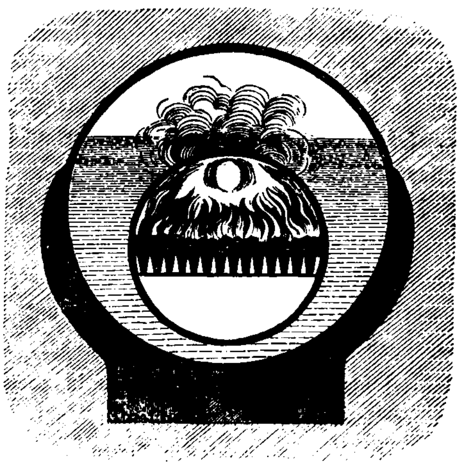
Hierbei wären keine Hebel oder Stopfbüchsen und dergleichen wirksam, um in Unordnung gerathen zu können, und das schmelzbare Metall sei durch die Schale geschützt, welche aus einem, die Wärme sehr schnell leitenden Metalle bestehe. Sollte der Kessel übermäßig erhitzt werden, so würde der Knopf schmelzen, dadurch los werden, das Ventil sich öffnen und das Wasser so wie auch der Dampf aus dem Kessel herausströmen. Der Kessel könnte zwar hierbei beschädigt und das Feuerrohr zerstört werden, aber es könnte keine Explosion erfolgen.

Dieses System sei der Probe bei hoher Spannung unterworfen worden, und habe sich sehr erfolgreich gezeigt.

In der Discussion, welche sich über diesen Gegenstand entspann, wurde zugestanden, daß Mr. Hall's System, wenn es gehörig ausgeführt wird, sehr zweckmäßig sein würde, und beinahe die Möglichkeit der Gefahr einer Explosion beseitigen dürfte; daß es aber nur in

jenen Fällen von Nutzen sein könne, wo eine Explosion beinahe schon unvermeidlich wäre, und es sei das Zuvorkommen besser als die Sorge; es sei daher vor Allem das Aeußerste zu thun, um zu verhindern, daß die Kessel in diesen Zustand kommen, nebstbei aber sei doch der schätzbare Apparat des Mr. Hall beizubehalten für jene Fälle, wo alle anderen Vorsichtsmaßregeln nicht ausreichen sollten. — Die Mehrzahl der Explosionen, wie nachgewiesen sei, rühre von dem Umstande her, daß man die Kessel mit dem Heizraume in einem durchgehenden Rohre baue, wie Fig. 2 im Gegensatz von dem in Cornwall angewendeten Systeme, wobei stets die Einrichtung getroffen sei, hinreichenden Kesselraum und langsame Verbrennung zu haben.

Fig. 2.



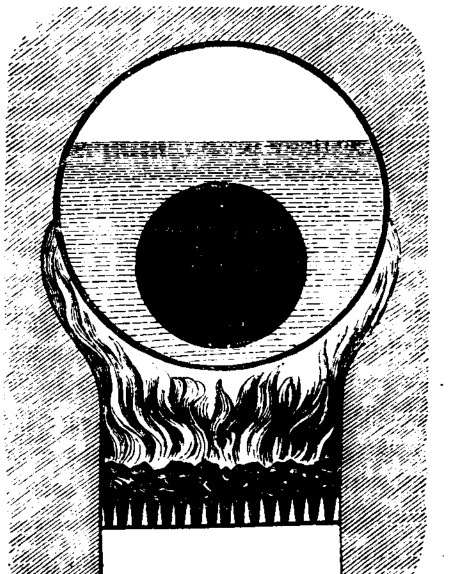
Bei allen Kesseln mit dem Heizraume in der Kanone seien die Bleche derselben zu häufig fehlerhaft und die Feuerung heftig und gewöhnlich zu sehr gesteigert.

Diese Gefahr entstünde hauptsächlich dadurch, daß die concave Seite der Kanone der heftigsten Flamme ausgesetzt ist und sich über derselben nur wenige Zolle Wasser befinden, wodurch bei der geringsten Nachlässigkeit in der Speisung des Kessels Gefahr für die Kesselplatten einträte, selbst wenn die abstoßende Wirkung der entstehenden Dampfbläschen nicht fortwährend die Berührung des Wassers mit der Kesselwand unterbrechen würde.

Außerdem siede das Wasser unterhalb der Roststäbe wenig, mache dadurch die Dampferzeugung schwach und verleite deßhalb sehr leicht zu unmäßiger Feuerung.

Ein Feuerraum aus Mauerwerk, wie Fig. 3, wobei die Feuerung unter dem Kessel liegt, wurde als eine Einrichtung beschrieben, die alle diese Zustände in das Gegentheil verkehre. Viele Auszüge aus bekannten Schriftstellern über diesen Gegenstand wurden angegeben und der Nachweis hergestellt, daß bei der Verwendung in Gewerben fast eben so vieler Kessel mit Unterfeuerung als mit Feuerungen in durchgelegten Röhren, die Mehrzahl der Explosionen an Kesseln der letzteren Art Statt gefunden hätte, und diese hätten fast ohne Ausnahme mit der Zerstörung des Feuerungsrohres begonnen.

Fig. 3.



Es wurde bemerkt, daß der einzige Vorwurf, welcher gegen die Unterfeuerung aufgestellt werden könnte, die Gefahr der Incrustation oder das Ablegen der im Wasser schwebenden festen Stoffe auf den

Kesselboden wäre, daß aber hierdurch selten, wenn je, eine Explosion verursacht wird; daß der höchste Nachtheil, den es veranlasse, das Durchbrennen der Kesselbleche wäre, daß aber dieser Nachtheil nicht ohne große Nachlässigkeit Statt haben könne.

Die Fragen der Möglichkeit der Dampfüberspannung bis zum gefährlichen Anwachsen seiner Kraft — der Bildung von Hydrogengas im Kessel und andere Theorien ähnlicher Gattung — wurden zurückgewiesen und bemerkt, daß jede dieser Erscheinungen, die Möglichkeit vorausgesetzt, nur durch die Gegenwart von überhitztem Metalle innerhalb des Kessels entstehen müsse, welches, wie nicht zu zweifeln ist, die vorzüglichste Ursache aller neueren Explosionen sei; und daß ein eigentlich mit Unterfeuerung gesetzter Kessel nie, ausgenommen durch die unverzeihlichste Nachlässigkeit, irgend einen überhitzten Theil seiner Oberfläche haben könnte. Es wurde daher auch vorausgesetzt, daß es sicherer sein würde, sobald es nothwendig wird die Maschine einzustellen, statt die Zugklappe (Register) zu schließen, sie offen zu lassen, dafür die Aschenfall-Thüre zu schließen und die Heizthüre offen zu halten.

Die Möglichkeit, daß das Wasser von der Firste des Rohres, wie Fig. 2 zeigt, zurückgeworfen werde, wurde nachgewiesen, und es war auch gezeigt, daß das Wasser besonders das Bestreben hat, an beiden Seiten des Rohres in Folge des Feuers, indem es in unmittelbarer Berührung mit den Seitenblechen ist, aufzusteigen, und so, daß die zwei Strömungen das Wasser zu veranlassen suchen, sich besonders über dem Feuerrohre aufzuhäufen.

Viele Feuerrohr-Kessel würden beschädigt, indem sie ausgesetzt sind, von der Flamme an bestimmten Stellen zu scharf angegriffen zu werden, an diesen Stellen die Bleche Blasen bekommen und bald durchgebrannt würden; die beste Abhilfe dafür wäre, dem Rohre mehr Raum zu geben, und man würde finden, daß die erzeugte Dampfmenge erhöhet würde, während das Verbrennen des Kessels verhindert wäre. In vielen Fällen von Explosionen, besonders bei Locomotiv-Kesseln, wäre es augenscheinlich, daß die Spannung sehr stufenweise gestiegen, und der Dampf mit Wärme überladen worden wäre, so daß beim Eintritte der Explosion alles Wasser plötzlich in Dampf verwandelt werde, da die Schienen und der Boden alles rundherum völlig trocken bliebe.

Ferner wurde die Besorgniß ausgesprochen, daß in der Praxis das schmelzbare Metall theilweise bei einer niedereren Temperatur schmelzen könnte, und sich das Sicherheitsventil zu früh öffnen würde, und behauptet, daß es besser sei, sich auf die Aufmerksamkeit, Geschicklichkeit und Intelligenz des Maschinenwärters, als auf selbstwirkende Apparate zu verlassen. Viele ernste Unfälle seien dadurch entstanden, daß die Maschinisten, besonders auf Eisenbahnen, sich durch selbstwirkende Vorrichtungen sicher geglaubt hatten, und daß manche Vorrichtung eine Zeit lang gut arbeitete, aber dann schlecht wurde und ein Unfall herbeigeführt ward.

Die Heizrohre fallen häufig ein in Folge des Verlustes ihrer Kreisform durch den Druck, oder in Folge ihrer ursprünglich unvollkommenen Ausfertigung. Es wurde die sphäroidale Theorie von M. Boutigny (D'Evreux) erörtert und Zweifel erhoben, wie dieser gemäß irgend eine beachtungswerthe Menge Wasser könnte in gleichen Zustand wie die kleinen Mengen gebracht werden, über welche diese Erfahrungen gemacht sind. Indessen wurde zugegeben, daß, wenn ein Kessel zu einer sehr hohen Temperatur bis zum Wassermangel erhitzt, das Wasser plötzlich eingebracht und die Oeffnung geschlossen würde, eine Explosion nicht sogleich erfolgen müßte, weil das Wasser den sphäroidalen Stand angenommen haben könnte; aber sobald als die Temperatur auf den gehörigen Grad zurückgeführt wäre, würde der Dampf in solcher Menge frei und von solch einer Dichte, bis der Kessel platzt.

In Cornwall, wo es anerkannt wäre, daß die äußerste Oeconomie durch Heizrohre geübt werde, seien die Kessel dem Grundsatze der inneren Rohre gänzlich nahe gestellt, und ein Unfall sei kaum je dort vorgefallen. Es wurde im Allgemeinen zugegeben, daß der durch Mr. Hall eingeführte Apparat in bevorstehenden Unfällen wirksam sein würde, aber daß das hauptsächlichste Erforderniß sei, sehr große Kesselräume und keine selbstwirkenden Vorrichtungen zu haben, dagegen große Aufmerksamkeit von Seite der Maschinenwärter zu wecken.

Versammlung am 11. März 1856.

Die Besprechung der Abhandlung über die Explosionen der Dampfkessel von William Kemble Hall wurde wieder aufgenommen und während des ganzen Abends fortgesetzt.

Ein neuartiger Dampfkessel wurde hervorgehoben, und als kürzlich in der Fabrik der Herren Humphrys, Tennant und Dykes aufgestellt, beschrieben; die Feuerbüchse von 3 Fuß Durchmesser ist aus einer Reihe mit Flantschen versehener Ringe von Low-Moor-Eisen zusammengesetzt, die so mit einander verbunden werden, daß die Niete von Wasser umgeben und der Wirkung des Feuers nicht ausgesetzt sind.

Der Wasserstand über der Feuerbüchse möchte doppelt so groß sein, als der über den eisernen Röhren, welche 3 Zoll Durchmesser hatten. Nirgends ist eine doppelte Blechdecke vorhanden. Die Dampfspannung war auf 70 Pfund für den Quadratzoll bestimmt, wurde jedoch auf 120 Pfund erhöht. Die Kesselwand ist bedeutend stärker als die der Locomotive der Great Western Bahn, und es war zu erwarten, daß die Dampfspannung ohne Gefahr noch mehr gesteigert werden könnte.

Einige Fälle von Locomotivkessel-Explosionen wurden zur Sprache gebracht, die manche scheinbare Eigenthümlichkeiten darboten, die jedoch alle auf natürliche Ursachen zurückzuführen seien; in einigen Fällen wurde eine Reihe eigenthümlicher kreisrunder Vertiefungen, in anderen wurden Rinnen gefunden, die auf dem ganzen Innern des Kessels in der Nähe der Niete sich verbreiteten. Auch waren die Kessel an der Stelle schadhaft geworden, wo die Bleche durch das wohl etwas zu scharfe Umbiegen geschwächt waren.

Wenn man bedenkt, daß die Explosion eines Kessels bei einer Dampfspannung von 140 Pfund per Quadratzoll ungefähr von gleicher Heftigkeit ist, wie die Entladung einer zehnzölligen Kanone, so können die Wirkungen einer solchen Explosion nicht überraschen.

In den Spinnereien wurde die Geschwindigkeit der Maschinen vergrößert, während die Kessel durch den Gebrauch schwächer wurden; unter solchen Verhältnissen kann man sich kaum über das Vorkommen von Unglücksfällen wundern. Wenn der Dampf aufhört nur durch seine Pressung zu wirken und in Folge seiner raschen Entwicklung ein stoßähnliches Moment auszuüben begänne (and began to exercise momentum), so müßten besondere Wirkungen erwartet werden; doch es muß dieß eher zu den gewöhnlichen als zu den unbekannten Ursachen gezählt werden.

Es wurde nachgewiesen, daß, wenn nicht alle, doch die meisten Explosionen, die in dem Journal of the Franklin Institute verzeichnet sind, an Kesseln vorkamen, welche die Feuerung unterhalb batten; auch werden diese Kessel in den Vereinigten Staaten meist für weniger sicher angesehen, als die mit inneren Feuerungen.

Die Explosion zu Sheffield betreffend, so ist es erwiesen, daß hinreichend Wasser über dem Feuerrohre war, und daß dennoch ein

Theil desselben glühend wurde; wenigstens lehrte es so das äußere Ansehen. Es wurde hierbei das Aufsteigen des Wassers durch die Wirkung der Seitenwände bestritten, die weniger anzunehmen sei, als das Abstoßen des Wassers am oberen Theile des Feuerrohres, insofern letztere Wirkung wahrscheinlicher und naturgemäßer sei. Auch müsse die Dampferzeugung eine unvollkommene sein, wenn das Wasser, wie nachgewiesen würde, unter dem Feuerrohre übermäßig abgekühlt würde. Es wurde wiederholt, daß wenig Explosionsgefahr vorhanden ist, wenn ein Kessel die richtige Stärke besitzt, gut eingemauert ist und sorgfältig bedient wird; es müßten denn die Bleche durch die Abnützung zu sehr geschwächt sein. Den Apparat des Herrn Hall, der in keinem Falle nachtheilig wirken könne, an allen Kesseln anzubringen, sei von Werth.

Die Kornwalliser Kessel mit zwei Feuerröhren wurden für vorzüglicher gerühmt als die mit einem; — sie besäßen größere Heizfläche, größere Festigkeit der Kopfplatten, höheren Wasserstand über den Feuerröhren und den Vortheil abwechselnder Feuerung.

Es wurde wiederholt als nicht nothwendig erkannt, auf die Erklärung von der sphäroidischen Wasserform, auf Zersetzung des Wassers, oder auf sonst einen gelehrten Beweisgrund, noch weniger auf geheimnißvolle oder unbekannte Ursachen zurückzukommen, um die Explosionen zu erklären. Eine sorgfältige Untersuchung wird gewöhnlich deutlich genug zu den Ursachen führen, wenn man sie nur unbefangen aufsucht.

Es wurde behauptet, daß der beobachtete Fall des Zerfressens der Kesselbleche einer galvanischen Wirkung zuzuschreiben sei, und die Veranlassung zu einer solchen Wirkung werde gegeben, wenn durch die Speisepumpe das Kimmwasser aufgesogen und in den Kessel eingebracht wird. Der Metalldurchschnitt von einander gerissen gibt oft Veranlassung zur augenblicklichen Wirksamkeit einer explodirenden Kraft, welche bei überhitzten Blechen oder aus anderen Ursachen erzeugt wurde; und, wie das Verfahren der Entfernung des Wassers und des Dampfes aus dem Kessel als die erfolgreichste Art zur Abwendung der Gefahr erscheinen sollte, so würde es nur vernünftig sein, eine so einfache Vorsicht anzuwenden, wie sie der Apparat Mr. Halls gewährt.

Der Meinung, es sei so zu sagen kein Vertrauen in selbstwirkende Vorrichtungen zu setzen, wurde im Allgemeinen beigestimmt; aber es wurde zugegeben, daß selbstwirkende Webestühle und andere Maschinen dieser Art, die automatische Wirksamkeit der Excentriken an den Dampfschiebern und anderen ähnlichen Einrichtungen Ausnahmen sind, so wie unter gewissen Umständen es auch die gleichzeitige Entleerung des Kessels von Wasser und Dampf bei gefährlichem Grade von Spannung ist.

Die Versuche Watt's und Southern's hätten den Beweis gegeben, daß die latente Wärme des Dampfes von hoher Spannung nach und nach in fühlbare Wärme überginge, und das Einbringen des Wassers in überhitzten Dampf eine verhältnißmäßige Zunahme der Spannung bewirke. Eine sorgfältige Untersuchung über diesen Gegenstand würde wahrscheinlich die behaupteten Ergebnisse der durch Hrn. E. K. Collin's in New-York unternommenen Versuche bestätigen, nach welchen durch die Verwendung des überhitzten Dampfes ein Ersparniß von 50 Prozent an Brennstoff erreichbar zu sein scheint.

Die Zersetzung des Wassers auf überhitzten Platten, sowohl als eine interessante chemische Forschung erkannt, wurde als praktische Auflösung der Explosionsfrage im Allgemeinen verworfen; und die Hypothese der Sphäroidalbildung betreffend würde eine solche Spannung des Dampfes, wie sie innerhalb des Kessels bestehen muß, das Wasser thatsächlich zwingen zur unmittelbaren Berührung der erhitzten Oberfläche, und würde nicht erlauben, daß die Kügelchen inmitten der Dampfhülle wie unter atmosphärischem Drucke in einem offenen Tiegel oder über einer erhitzten ebenen Platte schwebend erhalten werden *).

Die Ursachen von Explosionen zu entdecken, möchte im ersten Augenblick schwer erscheinen, aber eine gründliche Untersuchung bringt im Allgemeinen gewöhnlich eine bestimmte Ansicht über den Zustand des Kessels, nach welcher ein Unfall unvermeidlich war. Die Schwierigkeit sei groß, nach dem Ereignisse einer Explosion zur Kenntniß der wirksamen Ursache zu gelangen, aber es gebe wenig Fälle, in welchen sich nicht eine Schwäche in irgend einem Theile des Kessels, oder eine übermäßige Dampfspannung ohne eine zureichende Fähigkeit des Ablasses am Apparate als Ursache herausstellte.

In dem obengenannten Falle der Explosion an einem Locomotivkessel war zu sehen, daß die Träger der Oberdecke des Feuerraumes zu kurz waren, und nach Innen — nicht an den Enden aufruheten. Explosionen könnten im Allgemeinen einfachen Ursachen zugeschrieben werden, und es wurde an die Versammlung das Ersuchen gestellt, die Ursachen von Explosionen lieber nach diesen obengenannten einfachen Ursachen aufzusuchen, als sie durch problematische Theorien erklären zu wollen, welche ihre Existenz nur in verborgenen Gründen finden.

Herrn Hall's Apparat könnte mit Vortheil an allen Kesseln in Anwendung kommen, aber er wird viel nützlicher sein, wenn ihm ein beständiger Beihelfer in der Person eines sehr sorgfältigen und verständigen Heizers zugesellt wird, ohne welchen gar kein Kessel sicher ist.

---

*) Dieser Behauptung, wenigstens aus Gründen des größeren Druckes, können wir nicht beistimmen; denn die Größe des allseitig sich äußernden Druckes kann in der Erscheinung offenbar keine Aenderung bewirken. D. Red.

Uebersicht

der in Oesterreich im Laufe des Jahres 1856 theils neu verliehenen, theils verlängerten k. k. ausschließenden Privilegien.

Fortlaufende Nummer.	Name und Wohnort des Privilegiumträgers.	Gegenstand des Privilegiums.	Datum der Privilegiums-Urkunde.	Dauer des Privilegiums bis zum gleichen Tage des Jahres 1800
463	Strobel Ant., Meerschaum- u. Massa-Pfeifenschneider in Wien.	Verbesserung an Meerschaum- und Massa-Ausländer-Pfeifen- und Zigarrenspitzen.	1. März	56—57.
464	Paget Friedr., Privilegiumsbesitzer in Wien.	Erfindung, Stiefel und Schuhe mittelst metallener Leisten, keilförmiger Metallstücke, Nägel und hölzerner Stifte zu verfertigen.	2. März	56—57.
465	Bokofsky Franz, Hafnermeister in Wien.	Sparherde aus Thon, wo man zu gleicher Zeit die obere Sparherdplatte und die Bratröhre heizen könne.	2. März	56—57.
466	Brade Abrah. Ger., Civil-Ingenieur in Paris (durch G. Märkl, Privat in Wien).	Zurückgewinnen der Wolle aus Zeugen, in welchen sie sich mit Seide oder Pflanzenfasern vermengt befinde.	2. März	56—57.
467	Soulier de Lagrange Franz, Mechaniker in Paris (durch G. Märkl, Privat in Wien).	Erdbohrmaschine, mittelst welcher bei Anlage von Eisenbahnen, Straßen und landwirthschaftlichen Zwecken die Grabearbeiten verrichtet werden.	2. März	56—57.
468	Sievers Felix, Landwirth zu Breslau (durch J. Scharmitzer, Großhändler in Wien).	Erfindung einer Vorrichtung zur Beheizung der Eisenbahnwaggons.	2. März	56—57.
469	Schmidt Wilh., Mechaniker zu Heidelberg (durch Th. Much, Hotelbesitzer in Wien).	Brückenwage für beladene Wagen bei gleicher Leistung bequemer und wohlfeiler herzustellen.	2. März	56—57.
470	Preynößl Leop., Maschinen- u. Feuerherdsetzer in Wien.	Kochherde mit Heizung von Gußeisen und Luftzuge, um Ersparung an Brennmaterial und größere Wärme zu erzielen.	2. März	56—57.
471	Hlawatsch Karl, u. Isbary Rud., Seiden-, Schaf- und Baumwollwaaren-Fabrikanten in Wien.	Stella-Shawls und Tücher (Frauentücher aus Seide, Schaf- und Baumwolle) sammt Borduren und Fransen sogleich auf dem Webestuhle zu verfertigen, wodurch das Annähen der Borduren und Fransen beseitiget werde.	4. März	56—61.
472	Sautelet Em. Const. F., Chemiker in Paris (durch G. Märkl in Wien).	Erfindung einer neuen Methode der Schnellgärberei.	4. März	56—57.
473	Richard Franziska, k. k. Beamtensgattin in Wien.	Spielkarten, „Comfort-Karten," bei welchen die Ecken und Ränder und auch theilweise die inneren Räume der Karten so bezeichnet werden, daß der Spieler an den Karten, fächerartig in der Hand, den Werth mit einem Blicke übersieht.	4. März	56—57.
474	Klein Aug., landesbefugter Lederwaaren-Fabrikant in Wien.	Etuis, Portmonnais, Zigarrentaschen und andere Galanterie-Artikel bequemer, dauerhafter und eleganter als bisher zu erzeugen.	4. März	56—57.
475	Eder Karl, Chef der Druckfabrik von Eder & Thomas in Penzing.	Durch gemeinsames Anwenden von Hitze, Feuchtigkeit und Drehen, schafwollene Locken-Fransen zu erzeugen.	5. März	56—58.
476	Bußon Cl. Ant., Ingenieur zu Paris (durch G. Märkl, Privat in Wien).	Erfindung und Verbesserung eines Speiseapparates für Maschinen zur Bearbeitung von Fasern und anderen Stoffen.	5. März	56—57.
477	Skalitzky Ed., Beamter im k. k. Handelsministerium in Wien.	„Chablon-Metallschrift," jede Schriftart nach Art der Patronen für Zimmermaler (Chablon) aus Blechtafeln und zu allen Aufschriften anwendbar zu erzeugen.	5. März	56—57.
478	Proust Steph. Pet., Gendarme zu Orleans in Frankreich (durch G. Märkl in Wien).	Vorrichtung zum Einölen rotirender Achsen unter der Benennung: „système de graisage hydrosyphoide."	6. März	56—57.
479	Mayer Joh., bürgl. Zeugschmiedmeister zu Waidhofen an der Ybbs (durch C. Fritz, Kaufmann in Wien).	Den Erzeugnissen aus Gußstahl, wie Stemmzeug, Hobeleisen u. a. einen außerordentlichen Härtegrad, selbst bis zum Glasschneiden zu geben.	6. März	56—57.
480	Bernhard Ant., bürg. Messerschmied in Wien.	Schneidewerkzeug (Winkelscheere), mittelst dessen mit einem Schnitte zugleich Querschnitte in beliebigen Winkeln gemacht werden können; besonders zum Abschneiden von Coupons, Musterstücken u. dgl. verwendbar.	2. März	56—57.
481	Firnstahl Ignaz Michael, Privatier in Wien.	Druck- und Farbentisch, um mehrere Farben zugleich auf einen Stoff einzudrucken, wobei der Rapport mit den verschiedenen Farben eine unübertreffbare Genauigkeit erlange und bei Ersparniß an Arbeit die Waare schöner und billiger erzeugt werde.	2. März	56—57.
482	Johanny Robert, Ingenieur zu Fünfhaus bei Wien.	Maschine zur bequemeren Manipulation bei der Erzeugung von Eis (Gefrornem.)	4. März	56—57.
483	Lefol Pet. Caj., Mechaniker, u. Martin Adr. G., Civil-Ingenieur in Paris (durch Dr. Ed. Bernardt, k. k. Notar in Wien).	Massive eiserne Räder aus einem einzigen Stücke von allen Formen und jedem Umfange besonders für Eisenbahnen zu erzeugen.	9. März	56—69.
484	Ritter Jos., bürg. Nürnberger-Waarenhändler in Wien.	Erfindung eines verbesserten Verfahrens in der Erzeugung aller Arten von Bürsten.	11. März	56—57.
485	Gill Andreas Eduard, in Verona.	Apparat zum Trocknen und Aufbewahren jeder Körnerfrucht in Magazinen, Schüttböden 2c., um vor Verderben durch Feuchtigkeit und Wurmfraß zu schützen.	8. März	56—58.

Fortlaufende Nummer.	Name und Wohnort des Privilegiumträgers.	Gegenstand des Privilegiums.	Datum der Privilegiums-Urkunde.	Dauer des Privilegiums bis zum gleichen Tage des Jahres.
				1800
486	Kern Karl Gustav in Wien.	Aus seiner privilegirten „Stein-Pappe" geformte Erzeugnisse leichter und fester zu machen und das Schwinden u. Springen zu vermeiden.	15. März	56—57.
487	Endris Johann Christoph, Privat in Wien.	Verbesserungen in der Fabrikation von Eisenbahnrädern oder deren Bestandtheilen.	15. März	56—58.
488	Derselbe.	Verbesserung in der Erzeugung von Eisenbahnschienen.	15. März	56—58.
489	Derselbe.	Verbesserung in der Erzeugung von Eisen und Stahl.	16. März	56—58.
490	Jasper Lud., Maschinenfabrikant in Wien.	Göppel ohne alle Zahnräder nur mit Riemenscheiben, der möglichst wenig Kraft erfordere, überall aufstellbar, der Abnützung weniger unterworfen und wohlfeiler sei.	16. März	56—57.
491	Odazio Eman., Ingenieur in Mailand.	Heizapparat (Calorifer) zum Heizen und Austrocknen von Localitäten und organischen Substanzen.	15. März	56—61.
492	Müller Jos., Ingenieur in Prag.	Walzenpresse mit Vor- und Nachpreßsystem zur Gewinnung der Säfte aus vegetabilischen Stoffen.	15. März	56—58.
493	Bridges Adams Will., aus London (durch Fried. Paget in Wien.)	Verbesserung in der Construction des Eisenbahnbaues.	16. März	56—58.
494	Gechter J. A., bürgerl. Handelsmann in Wien (durch J. F. H. Hemberger in Wien.)	Harz, Pech, Theer und schwere Minerale in ätherische ölartige Kohlenwasserstoffe zu verwandeln, zum Brennen in Lampen und zur Auflösung von Harzen, Kautschuk u. s. w. geeignet.	17. März	56—61.
495	Minat Johann, und Payer Johann, Schlossergesellen in Wien.	Aus glatten oder nach beliebigen Ornamenten durchbrochenen Metallblechen gekehlte Leisten und Röhren zu erzeugen zu Gesimsen, Verzierungen, allerlei metallenen Möbeln, Thüren, Fenstern u. s. w. verwendbar.	18. März	56—57.
496	Endris Joh. Christ., Privat in Wien.	Verbesserung in der Erzeugung von Eisen und Stahl.	17. März	56—58.
497	Spangenberg Fried. Gottw., Privatier zu Lindenau (durch A. Heinrich, Secret. des n. ö. Gewerbv. in Wien.)	Eigenthümliche Kaffee-Präparationsmethode in Verbindung mit einem eigenthümlichen Kaffee-Brennapparate.	17. März	56—60.
498	Ruziczka Jos., Typograph in Wien, u. Ruziczka Joh., Handlungscommis zu Klosterneuburg.	Entdeckung eines neuen Firnisses, „Dawia-Firniß" genannt.	17. März	56—57.
499	Bilisco Jos., Ingenieur in Wien.	Backsteine (Ziegeln), sowohl in ihrer äußeren Form, als auch in der Anwendung beim Baue von den bisher verwendeten vortheilhaft unterschieden.	21. März	56—61.
500	Mowbray Fred. Will., Ingenieur zu Shipley (durch Dr. Fr. Wertfein, k. k. Notar in Wien.)	Webestühle zum Weben von Teppichen und anderen wollenen Zeugen, wobei die Kettendrähte zur Bildung der Kettenschleifen in der Längenrichtung des Stoffes gestellt sind, wodurch sie mit den Kettenfäden wirken und das verlangte Muster auf der Oberfläche des Zeuges durch eine Jaquard-Vorrichtung u. dgl. bilden.	21. März	56—59.
501	Sibrik Ant., Oberlieutenant in Raab.	Nähmaschine, nicht nur alle gerade liegenden, sondern auch zusammengebogene runde Gegenstände zu verfertigen.	25. März	56—57.
502	Priv. Wöllersdorfer Blechfabriks-Actien-Gesellschaft (durch Franz Eder in Wien.)	Fabrikation verzinkter Eisenbleche, mit einer festen Verbindung des Eisenbleches mit der Zinkdecke, wobei dieses verzinkte Blech weich und biegsam bleibe, nicht abschäle und gegen Rost gesichert sei.	25. März	56—61.
503	Schoffer Ign., und Lehner Ferd., Besitzer der Fabrik moussirender Getränke in Wien.	Durch noch unangewandten Stoff fette Stoffe, als: Baumöl, Leinöl, Rübsöl, Leberthran u. dgl., so zu raffiniren, daß dieselben angenehm schmecken und vollkommen klar werden.	25. März	56—57.
504	Winiwarter Georg Rit. v., Fabriksgesellschafter in Wien.	Feuerfichere Bedachungen von beliebiger Spannweite und ohne Rücksicht auf ihre äußere Form durch Vereinigung von tragenden Blechgurten mit einer bisher zu Bedachungen nicht verwendeten lehmstarken Decke feuersicher zu construiren.	25. März	56—57.
505	Spitz Hermann, Webermeister zu Butschowitz in Mähren.	Leim für das Schlichten der Kette bei der Schafwollwaaren-Erzeugung, wodurch sie billiger und besser bewirkt werde.	25. März	56—61.
506	Feyfar Kaspar, Techniker in Prag.	Dreschmaschine, mittelst welcher jede dreschbare Pflanze ohne Quetschung des Samens und Verwickelung des Strohes gut ausgedroschen werden könne.	25. März	56—57.
507	Schneider Anton, Secretär der Handelskammer in Pilsen.	Das Ueberfließen der Mauerrinnen zu beseitigen, das Gebäude vor Schaden zu bewahren und das Schneeausschaufeln aus den Rinnen entbehrlich zu machen.	27. März	56—57.
508	Mowbray Fred. Will., Ingenieur zu Shipley (durch Dr. Fr. Wertfein, k. k. Notar in Wien.)	Webstühle, bei welchen durch die ganze Umdrehung der Leistenfäden bei jedem Schuß oder durch eine halbe Umdrehung für den einen und die andere halbe Umdrehung für den folgenden Schuß die Abtrennung der anstoßenden Sahlleisten bei neben einander gewebten Zeugen bewirkt werde und diese Leistenfäden ein zusammenhängendes Gewebe in Einer Richtung erhalten.	27. März	56—59.
509	Vollgold Julius, Privilegiumsinhaber in Wien.	Brunnen ohne Ventil, welcher bequem und vollständig immer frisches Wasser aus der untersten Quelle liefere, im Winter nicht einfriere, mit bedeutend weniger Kosten hergestellt werden könne, und keine Reparatur bedürfe, weil in dem Rohre das Wasser nicht stehen bleibe.	27. März	56—57.

Fortlaufende Nummer.	Name und Wohnort des Privilegiumsträgers.	Gegenstand des Privilegiums.	Datum der Privilegiums-Urkunde.	Dauer des Privilegiums bis zum gleichen Tage des Jahres.
				1800
510	Mac-Conell Jam. Edw., Civil-Ingenieur aus Wolwerton (durch Dr. Jos. Neumann, Hof- u. Gerichts-Adv. in Wien).	Hohlachsen für Locomotive, Tender und Eisenbahnwägen, durch welche bei größerer als bisheriger Sicherheit und Dauer Material erspart werde.	27. März	56—59.
511	Schellinger Jac., Seifensieder zu Reindorf nächst Wien.	Erfindung eines Verfahrens zur Reinigung der animalischen Fettstoffe.	27. März	56—57.
512	Paget Friedr., Privilegiums-Inhaber in Wien.	Reinigung der Metalle und Mineral-Brennstoffe von Schwefel, Phosphor ꝛc. durch Chlor und dessen Verbindungen.	27. März	56—57.
513	Marasich Dionys, Civil-Ingenieur, und Kirchrath Joh. Wilh. Heinr., Kaufmann in Wien.	Gestrandete oder in das Wasser versenkte Schiffe sammt Befrachtung, ebenso jeden andern in das Wasser versenkten Körper zur Oberfläche des Wassers emporzuheben.	27. März	56—57.
514	Maccaud Etienne Abram, Gaszurichter in Paris (durch J. F. H. Hemberger in Wien).	Apparat zum Entdecken der Löcher und undichten Stellen in den Gasleitungsröhren oder in den Beleuchtungs-Apparaten.	27. März	56—59.
515	Grünwald Jos., Official des Landesgerichtes in Prag.	Gebrannte Thonröhren zur Leitung von Leuchtgas und zu anderen Zwecken mit Glasfritte, Guttapercha oder anderen Materialien zu verbinden.	31. März	56—57.
516	Derselbe.	Aus Braun- und Steinkohlen, Torf oder Holz Gase so billig herzustellen, daß sie zur Beheizung, zur Beleuchtung u. s. w. vortheilhafter verwendbar seien, als Holz, Kohle und Torf.	31. März	56—57.
517	Schmidt Rob., Ingenieur, u. Pfitzenreiter Jul., Kaufmann in Berlin (durch A. E. Weidl in Wien).	Zwei zum Copiren dienende Schreibmaschinen, um gleichzeitig mittelst der einen auf jedes beliebige Papier, mit der andern ins Copirbuch zu copiren.	31. März	56—57.
518	Schwab Georg, Privilegiums-Inhaber in Wien.	Fenster, Thüren, Oberlichten ꝛc. entweder aus hohlgezogenen, geschweißten oder aus stumpfgezogenen Eisenröhren anzufertigen.	31. März	56—57.
519	Swogetinsky Louis, Gesellschafter der Maschinen-Fabrikanten Ruslow und Comp. in Prag.	Rübsöl-Preßcylinder, wobei der zum Pressen mit Löchern versehene Blechcylinder nur durch geschmiedete Eisenstäbe und glatt gedrehte eiserne Ringe eingefaßt und der untere Rand nicht mit Kanten versehen, sondern glatt gebaut und die unter diesen Cylinder zu legende eiserne Platte mit Vertiefungen, ferner der eiserne Mantel mit vierfachen Charniren zum schnellen Oeffnen versehen werde.	31. März	56—58.
		Verlängerte Privilegien.		
520	Szmik Ignaz.	Ein beständig wirkender Wasserklärungs-Apparat.	15. März	53—57.
521	Bartelett Johann.	Maschine zum Durchbohren der Felsen, der Tunnels und zum Aushöhlen des Bodens.	22. Febr.	55—57.
522	Pollak Wilhelm.	Fabriksseife, welche sich auch zur Hausseife eigne.	18. März	55—57.
523	Weinhold Rudolph.	Pappe zu eben so wohlfeiler als zweckdienlicher Dachdeckung zu erzeugen.	26. Febr.	54—57.
524	Kramer Wilh., und Scheler Eug.	Erzeugung von Stecknadeln und Tapeziererstiften mittelst Maschinen.	23. Febr.	51—57.
525	Rohrbacher Joseph.	Verbesserung an den Poststellwägen.	28. Febr.	51—57.
526	Sellier & Bellot.	Zink zur Erzeugung von Kapseln und Zündhütchen anzuwenden.	2. März	55—57.
527	Szaloky Ludwig.	Verbesserung in der Erzeugung von Feldschmieden.	27. März	55—57.
528	Zoder Leopold.	Dampf-, Sud-, Locomotiv- und alle Arten Kessel und Pfannen, sowie auch andere Feuerungen und Herde auf eine neue Art zu mauern und die Heizen zu bauen.	27. Febr.	55—57.
529	Masse Jaq., und Vict. Tribouillet & Comp.	Erzeugung von Wachskerzen, Lichtern und insbesondere derjenigen Talglichter, die durch Verwendung der gemeinen Fettstoffe, sowie auch der Oleinsäure und verschiedener harzhältiger Materien gewonnen werden können.	5. März	52—57.
530	Lzycarz Johann.	Erfindung eines Heizofens.	9. Febr.	55—57.
531	Deflassieux frères & Peillon.	Alle Theile der Locomotiv- und Waggonsräder mittelst eines Prägewerkes in verschiedenen Formen und Dimensionen von Guß- oder Schmiede-Eisen und Stahl zu verfertigen.	20. Febr.	55—57.
532	Riemerschmid Anton.	Verbesserung in der Weingeist-Entfuselung.	18. März	50—58.
533	Hainault Karl (ursprüngl. dem J. F. H. Hemberger verliehen).	Entdeckung und Verbesserung eines neuen Gasbrenners, „Brenn-Regulator" genannt.	5. März	55—60.
534	Ehmann Anton.	Verbesserung an Oefen, Sparherden und Heiz- und Feuerungsobjecten.	7. März	54—57.
535	Lehner Ferd., Schoffer Ignaz, und Ellenberger Julius.	Darstellung feuerfest-wasserdichter Faserstoffe.	28. Febr.	55—57.
536	Neidholdt Hub. (ursprüngl. Joh. G. Popp).	Verbesserung der feuerfesten eisernen unaufsperrbaren Geld-, Bücher- und Documentencassen.	16. März	55—59.

Verantwortlicher Redakteur: **Eduard Schmidl**. — In Commission der **Carl Gerold**'schen Buchhandlung, innere Stadt Nr. 625.

Druck von Carl Gerold's Sohn.